



***Facultad
de
Ciencias***

**Análisis físico de la generación de notas
forzadas en un saxofón**
(Physical analysis of the generation of forced
notes in a saxophone)

Trabajo de Fin de Grado
para acceder al

GRADO EN FÍSICA

Autor: Álvaro Hormachea Guerra

Director: Francisco Matorras Weinig

Junio - 2021

Índice

1. Introducción	3
1.1. Nomenclatura	6
2. Herramienta de análisis de resultados	7
2.1. Requisitos de la herramienta de análisis	7
2.2. Obtención espectro de frecuencias	9
2.3. Filtrado del espectro	10
2.4. Métodos para la obtención de frecuencia fundamental	11
2.4.1. Estudio de los dos picos más intensos	11
2.4.2. Barrido de frecuencias para cada pico	11
2.4.3. Moda de la diferencia de frecuencia	12
2.4.4. Relación entre los tres primeros picos	12
2.5. Obtención de tabla de armónicos	13
3. Preparación del experimento	13
3.1. Análisis de la señal de ruido	14
3.2. Eficacia de los métodos de obtención de la frecuencia fundamental	15
3.3. Duración de la muestra	16
3.4. Estimación de errores	17
3.5. Estudio del comportamiento de la intensidad	19
4. Análisis de las notas forzadas	22
4.1. Análisis de sonidos generados por notas forzadas	22
4.2. Interpretación física de la generación de notas forzadas	27
4.2.1. Estudio de registros distintos de las notas naturales.	27
4.2.2. Estudio de notas forzadas con sólo boquilla y tudel	28
4.2.3. Notas forzadas con el saxofón tenor	29
5. Otros estudios	31
5.1. Estudio de la disminución de la intensidad con la frecuencia	32
5.2. Estudio intensidad-distancia detallado	35
5.3. Estudio intensidad-ángulo	36
6. Conclusiones	39
Referencias	40
A. Código programa MatLab	41
B. Ejemplos de espectros de notas forzadas	46
C. Espectros de medidas realizadas con saxofón y la voz	48

Resumen

En el presente trabajo se analiza desde el punto de vista físico el fenómeno de las que se han denominado 'notas forzadas' en el saxofón tenor. Dicho fenómeno consiste en la producción de distintas notas musicales sin modificar la longitud efectiva del tubo del instrumento. Es utilizado por los saxofonistas para poder tocar notas de frecuencia superior a la limitada naturalmente por el saxofón. La hipótesis de la generación de estas notas a través de la colocación de la garganta del músico es confirmada por los resultados obtenidos.

Para el análisis de las medidas ha sido necesario crear un programa de MatLab. Este permite obtener espectros de frecuencias, determinación de la frecuencia fundamental y obtención de una tabla con los armónicos de la nota medida. Se crearon cuatro métodos distintos para la obtención de la frecuencia fundamental, siendo el más eficaz el método de la moda de la diferencia de frecuencias consecutivas.

Además, se aprovechó el dispositivo experimental para estudiar algunos otros aspectos interesantes de la física del saxofón, como son las llamadas frecuencias de corte, la ley de la intensidad de los armónicos generados y la dependencia con el ángulo y la distancia de la radiación del sonido.

Palabras Clave: Armónicos - Saxofón - Notas forzadas

Abstract

This paper analyzes from a physical point of view the phenomenon of what have been called 'forced notes' in the tenor saxophone. This phenomenon consists in the production of different musical notes without modifying the effective length of the instrument's tube. It is used by saxophone players to be able to play notes with a higher frequency than the naturally limited by the saxophone. The hypothesis of the generation of these notes through the positioning of the musician's throat is confirmed by the results obtained.

For the analysis of the measurements it was necessary to create a MatLab program. This allows obtaining frequency spectrum, determining the fundamental frequency and obtaining a table with the harmonics of the measured note. Four different methods were created to obtain the fundamental frequency, the most effective being the method of the mode of the difference of consecutive frequencies.

In addition, the experimental device was used to study some other interesting aspects of the physics of the saxophone, such as the so-called cutoff frequencies, the law of the intensity of the generated harmonics and the dependence with the angle and the distance of the sound radiation.

Key Words: Harmonics - Saxophone - Forced Notes

1. Introducción

El objetivo de este trabajo es estudiar cómo se comporta el saxofón desde un punto de vista físico. Se presta especial atención a la generación de distintas notas con sólo una longitud de tubo. Esto se puede conseguir si el músico, al soplar el instrumento, coloca la garganta tal y como si estuviera cantando la nota que desea tocar. La investigación se ha realizado con herramientas al alcance de cualquiera, como son un teléfono y un ordenador. Esto puede ser útil para la reproducción de este experimento, ya sea en otros instrumentos musicales o en prácticas del grado en Física.

El saxofón es un instrumento de viento madera monofónico, es decir, sólo se puede tocar una nota a la vez. Para producir el sonido tiene que hacerse vibrar una caña o lengüeta de madera, cuyas vibraciones se hacen pasar por el resto del instrumento. Para tocar distintas notas, se abren o cierran las llaves del instrumento, acortando o aumentando la longitud práctica del tubo. El saxofón está compuesto de tres partes principales: la boquilla, el cuello o tudel y el cuerpo. Este último se divide a su vez en el tubo del cuerpo y la campana. Existen varios tipos de saxofón, siendo los más comunes el saxofón soprano, alto, tenor y barítono. La diferencia entre estos es su forma y el rango de notas que son capaces de hacer. En el caso del saxofón soprano, su forma es muy parecida a la de un clarinete u oboe. En cambio para el resto, su forma cambia añadiendo esas curvas tan características del instrumento. En la Figura 1 se muestra una imagen del saxofón tenor.

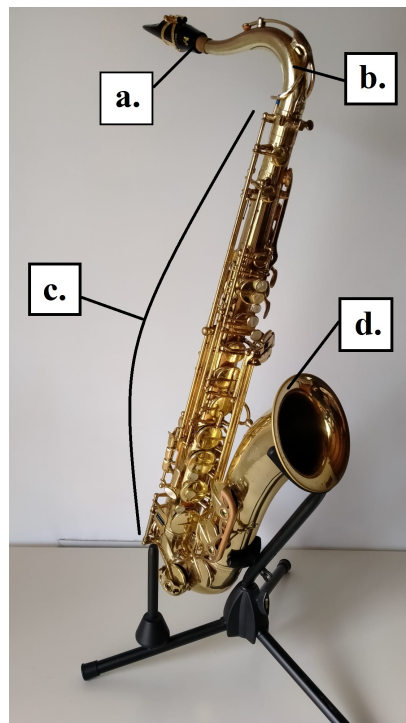


Figura 1: Imagen del saxofón tenor utilizado para el experimento. Está compuesto de las siguientes partes: a. La boquilla con la caña, b. El tudel o cuello, c. El tubo del cuerpo y d. La campana.

El rango de frecuencias que un saxofonista inexperto puede dominar está entre los 100 y 660 Hz. Un músico experto puede tocar notas con frecuencia mayor a 660 Hz. Las notas que superan dicha frecuencia se denominan sobreagudos. En los conservatorios de música, para aprender a tocar sobreagudos, se les enseña a sus alumnos principalmente la técnica asociada con el control de los sobretonos (overtone en inglés) o armónicos [1]. Aunque de los dos términos el más utilizado en España es el de armónico, se evitará en este trabajo por su confusión con el concepto de armónico en física cuando se habla de ondas estacionarias.

Al tocar una nota con un instrumento musical se producen ondas estacionarias. Para el caso del piano, estas ondas suceden en las cuerdas, mientras que para instrumentos de viento esto ocurre con ondas de presión en el interior del tubo. La onda estacionaria es el resultado de la interferencia de dos ondas con las mismas características (frecuencia, amplitud y dirección), pero que se propagan en sentido contrario. Estas ondas estacionarias no se propagan por el medio, sino que están restringidas en una región del espacio. Los nodos son aquellos puntos de la onda estacionaria donde la amplitud siempre es 0. Entre dos nodos se encuentran los vientres, puntos donde la amplitud es máxima [2].

Las ondas estacionarias además tienen la característica de formar distintos modos de vibración. A todos estos modos se les denominan armónicos. Parten de una frecuencia fundamental (que es la de menor valor) y el resto de los armónicos tienen frecuencias más altas, definidas por la geometría del sistema. En muchos casos (como el que vamos a estudiar) con reglas sencillas como múltiplos de la fundamental.

Específicamente en los instrumentos de viento, para los tubos cilíndricos hay dos casos principales de generación de armónicos: cuando el tubo está abierto por ambos lados o cuando es un tubo cerrado por un solo lado. En el caso de abierto por ambos lados (como sucede en la flauta travesera) la frecuencia del modo de vibración se determina con la ecuación (1).

$$f = \frac{n v_s}{2 L} \quad (1)$$

Donde f es la frecuencia del armónico, v_s la velocidad del sonido, L la longitud del tubo y con $n = 1, 2, 3, \dots$

En cambio, cuando se trata de un tubo cerrado por un lado (como el caso de la flauta de pan), es la ecuación (2) la que rige la frecuencia obtenida para cada modo de vibración.

$$f = \frac{2n + 1}{4} \frac{v_s}{L} \quad (2)$$

Con $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Sin embargo, para aplicar la física de los modos de vibración del saxofón hace falta otro modelo que se sale de los convencionales. Se puede equiparar a un tubo cónico cerrado por el lado del vértice. Aunque en la boquilla hay una apertura, las dimensiones de esta son tan pequeñas que las ondas que llegan a este punto son reflejadas de nuevo. Así se puede considerar este lado como cerrado. También hay que considerar que no se trata de un tubo completamente cónico,

principalmente por tres motivos. Primero, como ya se ha explicado, el lado de la boquilla acaba en una apertura pequeña por la que pasa el aire proporcionado por el músico, así que estaríamos hablando de un cono truncado. Segundo, exceptuando el saxofón soprano, el resto de saxofones tienen curvas que pueden alterar levemente la física del tubo. Y tercero, la campana también puede afectar [3].

Tal y como muestra M. J. Ruiz (2017) [4], para un tubo de tipo cono truncado, las frecuencias tienen que cumplir:

$$\tan[\pi(\frac{f}{f_0})] = -[\frac{B}{1-B}]\pi(\frac{f}{f_0}) \quad (3)$$

Donde f es la frecuencia del armónico, $f_0 = \frac{v_s}{2L}$ la frecuencia fundamental y $B = \frac{a}{b}$ la relación entre la apertura pequeña cerrada a y la apertura abierta b .

Si se aproxima que el saxofón se trata de un tubo completamente cónico, el parámetro B será igual a cero. Esto se puede hacer debido a que la apertura de la boquilla y la caña es del orden de $a = 0,3$ cm, mientras que el diámetro de la campana es de $b = 16$ cm. Sustituyendo en la ecuación (3) se obtiene:

$$\tan[\pi(\frac{f}{f_0})] = 0 \quad (4)$$

Cuya solución lleva a la expresión (1) de la frecuencia del modo de vibración para tubos cilíndricos abiertos por ambos lados.

La técnica de control de armónicos en el saxofón mencionada anteriormente busca hacer sonar las notas de los distintos modos de vibración para una longitud de tubo determinada. Así, se tiene control sobre los armónicos del instrumento. Dicho de otra manera, se fuerza a que suene la nota asociada a un armónico de la longitud del tubo establecida. De esta forma, un saxofonista puede hacer sonar distintas notas forzadas con sólo una posición de los dedos. A nivel de conservatorio, esta técnica se enseña dando indicaciones sobre cómo poner la garganta, los labios y la mandíbula (todo junto se denomina embocadura), además del control de caudal de aire. El consejo general más interesante que se enseña con esta técnica es aprender a colocar la garganta como si se estuviera cantando la nota asociada al armónico que se desea tocar [5]. Esta apreciación será bastante importante a la hora de hacer las medidas.

Por tanto, se puede aprovechar esta técnica para realizar los sobreagudos. Porque, al fin y al cabo, tocar en este registro se produce debido al control de los armónicos producidos para una longitud de tubo dada. Se favorecen los armónicos de frecuencias relativas a una nueva aparente frecuencia fundamental, mientras que el resto reducen en intensidad.

Este trabajo de fin de grado se centra en la explicación de por qué ocurre el fenómeno de las notas forzadas en el saxofón, sin adentrarse en la generación de las notas sobreagudas. La hipótesis inicial sobre la que se parte es que el tubo mantiene todos los armónicos. Es la posición de la garganta la que modifica el espectro sonoro. Esta sólo excita los armónicos de la nota que se desea tocar y el tubo las amplifica.

La manera de verificar esta hipótesis es mediante el estudio de notas naturales y forzadas en el saxofón tenor, comparando aquellas que estén relacionadas entre sí. Esto es, comparar una nota forzada con una longitud de tubo dada con la nota natural relativa (que tiene otra longitud de tubo). Además, se opta por grabar cómo suena la voz del saxofonista poniendo la posición de garganta que utiliza para la nota forzada, examinando si hay relación entre esta grabación y la realizada con el saxofón. Otros autores como J. M. Chen [6], para estudiar distintos parámetros como la presión o el caudal de aire, utilizaba un dispositivo experimental que permitía introducir instrumentos de medida dentro de la boquilla. Así se puede medir directamente lo que sucede en la boca del músico. Esto habría resultado interesante para llevar a cabo las medidas sobre la hipótesis.

Es importante mencionar que este enfoque tiene sus limitaciones, dado que se realiza el experimento con un dispositivo experimental disponible al alcance de todos y que la naturaleza humana al tocar el instrumento es fluctuante.

1.1. Nomenclatura

Con el fin de facilitar la comprensión del texto al lector, en este apartado se establece una nomenclatura especial para los términos que se manejan a lo largo del trabajo.

Cuando se hable de la longitud del tubo, este término se refiere a la distancia que hay desde la boquilla hasta el última llave cerrada del instrumento. No necesariamente se refiere al tubo completo del saxofón.

Definición nota natural: aquellas notas realizadas que tienen una distribución de armónicos acorde a su longitud del tubo. Además, estas se tocan de la manera común con la que lo hacen los saxofonistas, sin utilizar técnicas avanzadas.

Definición de nota forzada: aquellas notas que tienen una distribución de los armónicos distinta a la que le corresponde por su longitud de tubo.

A la frecuencia fundamental f_0 se la considera parte del resto de armónicos de la nota. Es decir, el primer armónico de la nota de una medida se la denominará f_0 y el resto serán el armónico 2, 3, 4...

Para referir a una grabación que se ha realizado tocando una nota natural (sin la técnica de las notas forzadas), simplemente se pondrá la nota y su registro (grave, medio o agudo). Por ejemplo, 'Do grave'.

Para referir a la técnica de los armónicos forzados se utilizará el nombre de técnica de sobretono o nota forzada. En estas notas el músico coloca la garganta en una posición específica para que suene otra nota distinta a la que le corresponde a la longitud del tubo. Así pues, cuando se mencione que se ha tocado cierta nota (i.e. Do Grave) para que suene el primer armónico con respecto a la fundamental, en la medida esta nota se llamará 'Do Grave' Sobretono 1. Así, lo que suena es la nota con la frecuencia fundamental siendo el armónico 2, pero con la posición

de dedos de la nota natural (Do grave en el ejemplo).

Como apunte de notación musical, mencionar que todas las notas musicales que se muestran en este trabajo corresponden con el relativo a ser tocadas en el piano. Esto es debido a que el saxofón es un instrumento transpositor, es decir, la nota que suena no corresponde con la nota que se escribe. Un ejemplo: al tocar la nota 'La' en el piano (frecuencia fundamental 440 Hz), si se quiere tocar la misma frecuencia con el saxofón tenor, en este se tendría que tocar la nota 'Si'. Se trata de la misma nota pero se llama de distinta manera para el piano que para el saxofón tenor.

2. Herramienta de análisis de resultados

Las medidas de este experimento han sido realizadas en general mediante una grabación sonora del instrumento y su procesamiento en el ordenador. Las grabaciones se realizaron con unas condiciones específicas que se mostrarán en el apartado 3. El procesamiento de los datos fue llevado a cabo mediante un programa informático realizado expresamente para esta investigación, el cual se detalla a continuación.

2.1. Requisitos de la herramienta de análisis

Para estudiar cómo se comporta el espectro del saxofón, era muy necesario considerar el método de análisis que se utilizaría para ello. Dada la naturaleza de las medidas, desde el principio se consideró utilizar alguna herramienta computacional para el análisis. Los requisitos mínimos que debía proporcionar esta herramienta son los siguientes:

- Obtención del espectro de frecuencia.
- Tabla de valores que indique los armónicos de la nota que suena en el audio, mostrando la frecuencia e intensidad de cada armónico.
- Rapidez, automatización y fácil almacenamiento de resultados.

Con el objetivo de que se cumplan estos requisitos, se pensó en elaborar código en Python o MatLab, dado que de este modo, el programa se podría ajustar lo máximo posible. Sin embargo, antes de comenzar por esta vía, se optó por hacer unas primeras medidas de prueba. El propósito principal era familiarizarse con los datos e ir obteniendo unos resultados para comparar posteriormente con el programa de análisis que se elaborara. Estas primeras medidas se realizaron con el software gratuito para dispositivos móviles llamado *Spectrum Analyzer* [7].

Dicha aplicación permite obtener en tiempo real el espectro de frecuencia de la señal que recibe el propio micrófono del teléfono móvil. En la figura 2 se muestra una captura de pantalla de una medida realizada con *Spectrum Analyzer*. La aplicación permite tanto parar como reiniciar

la medida y hacer zoom en zonas específicas del espectro. Además, aporta el valor de frecuencia e intensidad del pico máximo de todo espectro y de la zona específica que se esté observando.

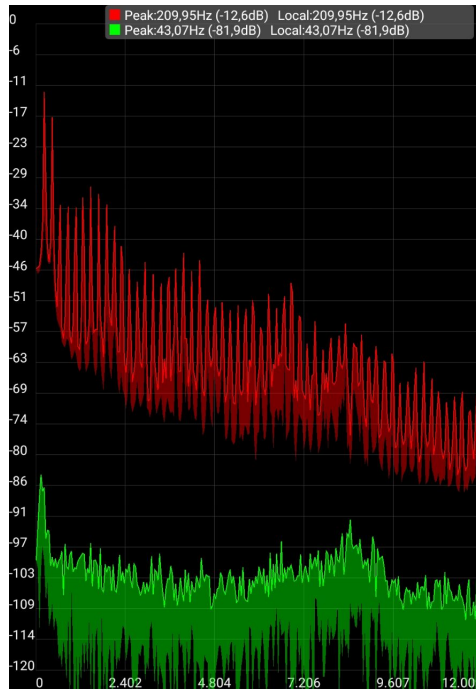


Figura 2: Espectro de frecuencias de la nota 'La bemol medio' tocada por un saxofón tenor, medido en la aplicación de *Spectrum Analyzer*. En rojo, el espectro de intensidad máxima que se ha medido en el tiempo de la medida. En verde, la medida en tiempo real.

Si bien esta aplicación nos permite obtener el espectro de frecuencia y sus armónicos, utilizar esta herramienta de manera prolongada sería un error. Para empezar, la toma de medidas es muy complicada dado que la aplicación no permite el uso de archivos pre-grabados. Esto conlleva hacer el análisis justo posteriormente a la toma de la medida. Este análisis además se trata de un proceso manual y tedioso que puede llevar mucho tiempo y producir errores. Además, la única opción de guardado de la medida se trata de hacer una captura de pantalla del espectro en formato imagen. Así pues, esta aplicación no cumpliría con los requisitos propuestos para este trabajo de investigación.

Una vez obtenidas las medidas de prueba y habiendo comprobado que dicha aplicación no es útil para el tratado de resultados de muchos datos, se optó por realizar un programa de código MatLab. Este permitiría analizar las medidas como inicialmente se propuso en los requisitos. La decisión de escoger MatLab sobre Python para esta tarea se reduce simplemente a conocimientos previos sobre el programa que facilitaron el proceso.

Desde el primer momento de la elaboración del código, este mismo se dividió en tres partes: Obtención del espectro de frecuencias, métodos para la obtención de la frecuencia fundamental de la muestra y obtención de los armónicos en forma de tabla a partir de la frecuencia fundamental.

2.2. Obtención espectro de frecuencias

Tomando un archivo de audio en formato “.wav” se pueden conseguir los datos con todas sus muestras en una matriz. Se utiliza este formato de archivo puesto que no tiene compresión de datos. La frecuencia de muestreo de las medidas de este experimento es de 44100 muestras por segundo. De la matriz se obtiene la longitud (número de muestras) de la misma. Son estos parámetros los que serán necesarios para la obtención del espectro de frecuencias. Por supuesto, dicho espectro se obtendrá mediante una transformada de Fourier. Esta función se define en MatLab como *fft*, también denominado como *Fast Fourier Transform*. Funciona de manera óptima cuando se introduce una longitud de muestra que es igual a la siguiente potencia de 2 de la longitud original [8]. De la transformada de Fourier realizada se puede obtener el valor de la intensidad en dB mediante la siguiente expresión:

$$I = 20 \cdot \log_{10}(q) \quad (5)$$

Donde I es la intensidad en decibelios (dB) y q es el valor de la transformada de Fourier, que corresponde con el ratio de la amplitud de la muestra con la del nivel de saturación.

Para una mayor explicación del código, comprobar el anexo A. Además, mencionar que parte este algoritmo se puede encontrar en las referencias [9] y [10]. A continuación, en la figura 3 se muestra un espectro obtenido para una nota natural del saxofón.

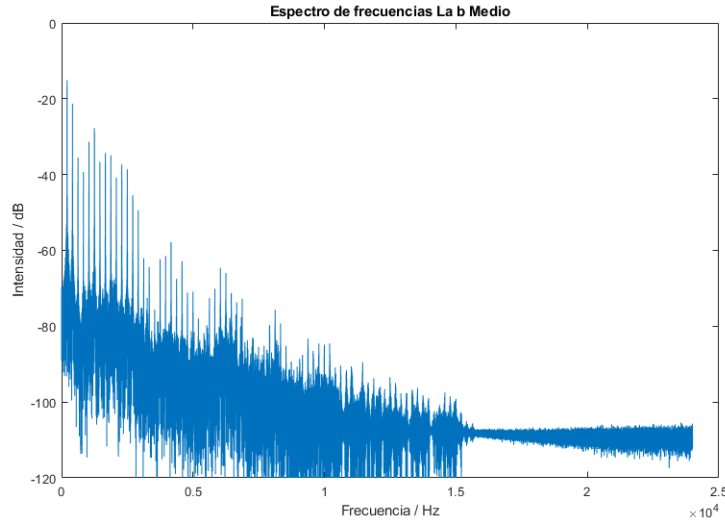


Figura 3: Imagen de espectro de frecuencia para la nota 'La b medio'

Es importante aclarar que la medición de la intensidad en dB está limitada superiormente a 0 dB. Este valor corresponde al nivel de saturación del dispositivo de grabación de audio. Todos los valores por debajo del mismo serán de menor intensidad. Este caso es el contrario al considerar la medición de intensidad con respecto al oído humano. En ese caso se considera el umbral de audición a 0 dB, y a partir de este valor, todos los valores superiores son más intensos.

2.3. Filtrado del espectro

Una vez se ha obtenido el espectro, es necesario obtener los picos (máximos locales) para comenzar a obtener los armónicos y la frecuencia fundamental. Esto se hace mediante la función `findpeaks` de MatLab [11]. Se comprueba que el número de picos es del orden de unos 150000 por segundo de grabación. Esta cantidad es muy elevada en comparación con el número de armónicos que puede tener una nota. Muchos de los picos son ruido de la señal y pueden excluirse perfectamente. Utilizando los parámetros de la función `findpeaks`, se consigue hacer un filtrado masivo inicial del espectro. Dos de los parámetros utilizados son la altura mínima del pico y la distancia mínima entre picos. Considerando que el menor valor de la frecuencia fundamental que se va a estudiar es del orden de los 100 Hz, se escogió una distancia mínima de 50 Hz. En el caso de la altura, se observó el espectro para varios casos y se optó por establecer la altura mínima en -75 dB. Para esta intensidad casi no había picos relacionados con frecuencias de armónicos, además de tratarse de una intensidad extremadamente baja.

Estos dos parámetros ayudaron en un cribado muy importante de los picos, reduciéndolo al orden de unos 200. Tal número de picos seguía impidiendo el correcto funcionamiento de los métodos de búsqueda de la f_0 y de la tabla de armónicos. Es aquí donde entra el tercer y último parámetro denominado prominencia. Según su definición oficial [12]: "La prominencia de un pico mide cuanto sobresale dicho pico debido a su altura intrínseca y su localización relativa a otros picos". Realizando pruebas con distintos valores de prominencia, se llegó a la conclusión de que un valor de prominencia 31 sería suficiente para reducir el número de picos entorno a 80. Con esta prominencia también se incluía en todas las pruebas a la frecuencia fundamental entre los picos que pasaban el filtro. Estos valores de los parámetros podían hacer funcionar los métodos de f_0 correctamente.

El gran inconveniente de establecer la prominencia a 31 se ve muy claramente al obtener la tabla de armónicos. Con dicha prominencia, había picos que correspondían a frecuencias de armónicos que no llegaban a pasar este primer filtrado. La solución se encontraba en establecer una prominencia distinta para el método de la tabla de armónicos. Conociendo el valor f_0 , se puede rebajar la prominencia, dado que se sabe la frecuencia aproximada que debe tener cada armónico. Tras varias pruebas se estableció que el valor más adecuado para la tabla de armónicos era prominencia 25.

En conclusión, para la obtención de la frecuencia fundamental f_0 se han realizado las medidas con un filtrado inicial de prominencia 31 y para la obtención de la tabla de armónicos se ha utilizado prominencia 25. En el primer caso, es conveniente tener el menor número de picos pertenecientes al ruido. Siempre que este contenida la frecuencia fundamental en el filtrado, se pueden prescindir de algunos armónicos que no pasen el filtro. En cambio para el segundo caso, es muy necesario tener todos los armónicos una vez realizado el filtrado. Sí es cierto que contendrá más picos de ruido, pero se espera que el método funcione perfectamente sólo escogiendo los picos de los armónicos.

2.4. Métodos para la obtención de frecuencia fundamental

Teniendo ya disponible el espectro de frecuencias es fácil comprobar visualmente la estructura de los armónicos y la posición de la frecuencia fundamental. Sin embargo, para automatizar el análisis, es necesario realizar un algoritmo que permita obtener la frecuencia fundamental sin tener que ser introducida manualmente. Para ello se elaboraron 4 métodos distintos, que son los siguientes:

1. Estudio de los dos picos más intensos.
2. Barrido de frecuencias para cada pico.
3. Moda de la diferencia de frecuencia en picos consecutivos.
4. Relación entre los tres primeros picos.

De estos métodos se tomarán los que obtengan resultados consistentes y se considerará solamente uno de ellos para realizar las medidas del experimento. En caso de que fallara dicho método, se puede utilizar siguiente mejor método para realizar correctamente la medida. Para comprobar el código que contiene estos métodos, mirar el anexo A.

2.4.1. Estudio de los dos picos más intensos

El primer método consiste en obtener la frecuencia fundamental a partir de la premisa de que esta será la primera o segunda más intensa de entre el resto de picos. Este caso puede suceder en algunos ejemplos, pero no sucede siempre. De los dos picos de mayor intensidad, si una es la frecuencia fundamental, sabemos que la división de frecuencia entre el pico mayor y menor ha de ser igual a un número entero. Esto viene de la relación de la ecuación (1) que establece el propio fenómeno físico de los armónicos.

El método solamente es eficaz si la frecuencia fundamental se encuentra entre las dos más intensas, como ya se ha comentado antes. Por tanto, no será de gran ayuda para obtener la frecuencia fundamental exceptuando algunos casos.

2.4.2. Barrido de frecuencias para cada pico

La base de este método consiste en partir de una frecuencia arbitraria de las primeras que se obtienen en el espectro. Esta frecuencia se considera como una frecuencia fundamental de prueba f_{0i} . Con este valor, se hace un barrido para el resto de picos y se comprueba para cada uno de ellos si cumplen que sean múltiplos de f_{0i} con un margen de error del 1 %. Además, se guarda el número de frecuencias que son múltiplos de esta f_{0i} . Este proceso se repite para un número X de primeros picos que se encuentran en el espectro de frecuencias. De las X frecuencias arbitrarias f_{0i} , la que obtenga mayor número de múltiplos será la frecuencia fundamental estimada.

Posteriormente, se realiza otro barrido similar al mencionado anteriormente, sólo que utilizando esta vez la frecuencia fundamental estimada. En este barrido, además de calcular el factor de múltiplo redondeado n (el número de armónico) correspondiente con la frecuencia estimada, también se comprueba cual sería la frecuencia fundamental con n . El promedio de todos estos valores da la frecuencia fundamental que se busca.

Este método es mucho más eficaz que el primero, aunque no es infalible. Hay ciertos casos en los que este método da a error debido a picos de intensidad que no corresponden con armónicos de la nota tocada. Picos pertenecientes al ruido de la señal pueden coincidir con muchos más múltiplos de una frecuencia fundamental falsa que de la frecuencia fundamental correcta con los armónicos reales.

2.4.3. Moda de la diferencia de frecuencia

Como bien se ha estado explicando, las frecuencias de los armónicos cumplen la condición de ser múltiplos de la frecuencia fundamental. La diferencia de frecuencias entre un armónico y su consecutivo es siempre la misma. Sería lógico que, al analizar la diferencia de frecuencias entre picos prominentes consecutivos, se viera cómo el valor más repetido (la moda) es igual a la frecuencia fundamental. Es justamente esto lo que hace este método.

Específicamente hablando de la elaboración del código, lo que este realiza es un cálculo de todas las diferencias de frecuencia de picos consecutivos. Posteriormente, se toma la parte entera de la mitad de todas las diferencias de frecuencia y se calcula la moda. Para cada valor de diferencia de frecuencia se compara con el doble del valor de la moda. Aquellos valores que coincidan con un margen de error de 1 Hz se almacenan en una variable y posteriormente se hace promedio de todos esos valores. De esta manera se obtiene la frecuencia fundamental.

Cabe destacar que este método es, junto con el método anterior, de los más eficaces a la hora de obtener la frecuencia fundamental. Además, en las medidas que se explicarán más tarde aparecen ciertos fenómenos que, gracias a este método, se han podido confirmar como resultados satisfactorios.

2.4.4. Relación entre los tres primeros picos

Por último, se propuso este método con la intención de simplificar lo máximo posible la obtención de la frecuencia fundamental. Como se verá más tarde, este fue el menos eficaz de todos y casi inmediatamente se desestimó para la realización del experimento.

El funcionamiento consiste en comprobar los tres primeros picos del espectro. Analizando la relación entre las frecuencias de los mismos, si se cumple que uno de ellos es múltiplo de otro, se puede pensar que se ha encontrado la frecuencia fundamental. Es más, si dos de ellos son múltiplos del tercero, es muy posible que este último sea la frecuencia fundamental. Para facilitar la tarea, se deja un pequeño margen de error, puesto que es prácticamente imposible encontrar múltiplos exactos.

Si bien en principio podría ser muy buena idea analizar solamente los primeros picos, puesto que la fundamental es la frecuencia más baja entre todos los armónicos, hay muchos casos en los que nunca se obtendrá la fundamental. Esto es debido a que, por lo general, hay picos de ruido que tienen frecuencias justamente menores o mayores de f_0 . Esto altera el funcionamiento del método al comprobar que no se cumplen las relaciones que se esperan.

2.5. Obtención de tabla de armónicos

Una vez obtenida la frecuencia fundamental, se puede obtener la tabla de armónicos que se estaba buscando desde el principio. Se hace un barrido de los picos del espectro con parámetro de prominencia 25. Para cada pico, si cumple la condición de la ecuación 6, se le toma como armónico.

$$|\text{round}(\frac{f_p}{f_0}) \cdot f_0 - f_p| < 0,01 \cdot f_p \quad (6)$$

Donde f_p es el valor de la frecuencia del pico, f_0 la frecuencia fundamental y $\text{round}()$ un operador que devuelve el entero más próximo. El término $\text{round}(\frac{f_p}{f_0})$ es equivalente al valor n que veíamos anteriormente, es decir, el número del armónico. Por tanto, si f_p es un armónico, $n \cdot f_0 = f_p$ y se cumpliría la condición. Mencionar además que el término de la derecha hace referencia al margen de error del 1 % que se permite. Este error se obtiene en el apartado 3.4.

Con este procedimiento podría ser suficiente en un principio. Sin embargo, tal y cómo se comprobó en las pruebas del programa, era necesario el uso de un último barrido de frecuencias para limpiar los últimos picos falsos. La característica principal de estos es que son picos muy cercanos en valor de frecuencia a un valor de armónico real, provocando pequeños agrupamientos de picos en ciertos valores de frecuencia, mientras que el resto se muestran sin problema.

El procedimiento a seguir es bastante sencillo. Consiste en comparar, para cada pico, su frecuencia con el siguiente. Si la diferencia de ambos es menor de 30 Hz, se compara cual de los dos es más intenso. El de mayor intensidad es el que se considera valor de frecuencia armónica y el otro será un pico falso. Para diferencias mayores a 30 Hz se considera que el pico examinado se trata de un armónico. El límite de 30 Hz se obtuvo de mediante pruebas de ensayo y error.

3. Preparación del experimento

Previamente a la toma de medidas, se realizaron una serie de pruebas con el objetivo de sistematizar las condiciones de las grabaciones y analizar aspectos de interés de las mismas.

3.1. Análisis de la señal de ruido

Es conveniente el estudio de la intensidad de ruido que va a aparecer en las medidas, puesto que un alto nivel de ruido puede llevar a resultados erróneos. La habitación en la que se realizan las medidas tiene que estar cerrada y lo más aislada posible del ruido exterior. Además, el ruido de aparatos dentro de la habitación se tienen que minimizar lo máximo posible. En el caso de las grabaciones de este trabajo, el único ruido del interior de la habitación corresponde al ventilador de un ordenador portátil situado a un metro de distancia del micrófono. El motivo del uso del ordenador se explicará más tarde.

Con una grabación de unos 5 segundos en silencio dentro de la habitación, se obtiene el espectro de la figura 4.

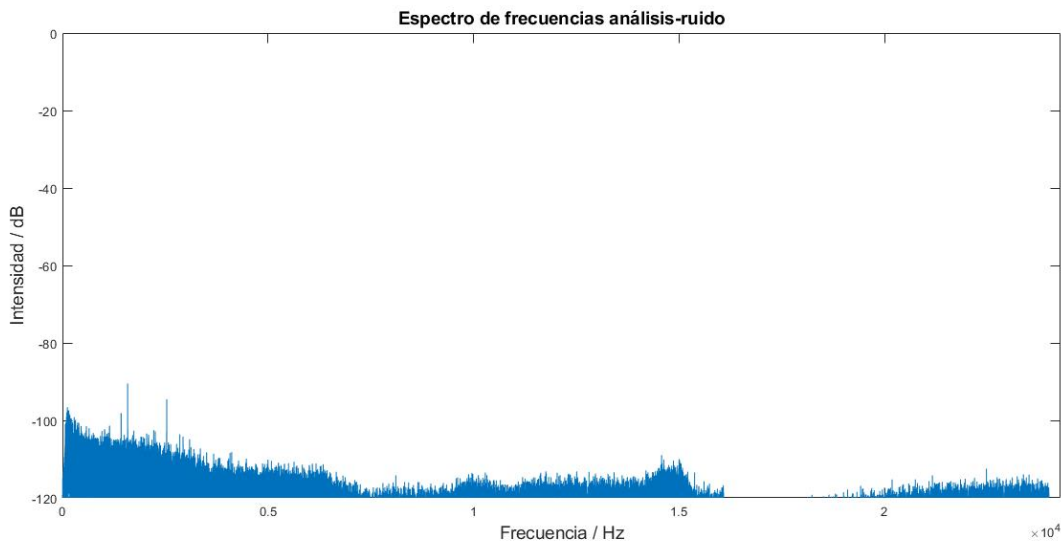


Figura 4: Espectro de frecuencias del ruido grabado de la habitación en la que se han realizado todas las medidas. Corresponde a una muestra de 5 segundos.

Del espectro se puede observar que el ruido que se obtiene en las grabaciones es del orden de -100 dB. Utilizando la expresión (5) se puede determinar que estas intensidades son 100000 veces más pequeñas que el valor de saturación del micrófono. Como se verá posteriormente en los espectros de frecuencias de los resultados, los valores de intensidad de armónicos varían entre -5 y -75 dB. Con estos valores se puede asumir que el ruido no va a afectar en las medidas.

Por otro lado, es importante mencionar el corte de intensidad que se observa entorno a los 16 kHz. Se cree que este corte es debido a la limitación del micrófono. Las frecuencias del orden de 20 kHz se cree que puedan ser ruido aleatorio resultado del uso de la transformada rápida de Fourier con tiempos de muestra pequeños.

3.2. Eficacia de los métodos de obtención de la frecuencia fundamental

De los cuatro métodos descritos en el apartado de la obtención de la frecuencia fundamental, es necesario determinar cual de ellos será el mejor para realizar las medidas. Para llevar a cabo esta prueba, era necesario tener medidas contrastadas de las notas que se probaban. Es por esto que fueron imprescindibles los valores obtenidos con las pruebas de *Spectrum Analyzer*, además de una fuente bibliográfica que contiene datos de la frecuencia fundamental asociada a cada nota musical [13].

Conociendo de antemano la nota que se está tocando, se puede obtener unos resultados como los que se muestran en la Tabla 1. El valor de la prominencia utilizado para la obtención de f_0 en los cuatro métodos es 31, mientras que la prominencia para la obtención de la tabla de armónicos es 25. Se consideran valores compatibles con los teóricos cuando su diferencia relativa sea del orden del 1 %.

	Teórico	Spectrum Analyzer	Método 1	Método 2	Método 3	Método 4
La b grave	103,8	102,0	210,0	105,2	105,2	104,9
Si b grave	116,5	118,0	233,6	116,2	117,2	#
Do grave	130,8	129,0	262,2	131,3	131,2	131,1
La b medio	207,7	210,0	208,2	209,7	208,3	104,9
Si b medio	233,1	237,0	233,6	235,6	233,6	#
Do medio	261,6	264,0	265,1	266,1	265,2	#
Mi b medio	311,1		314,6	309,6	314,4	314,6

Tabla 1: Resultados de las frecuencias fundamentales de distintas notas para los cuatro métodos de obtención de f_0 . Se ha utilizado el parámetro de prominencia 31. Se muestran valores teóricos y los obtenidos en las pruebas de *Spectrum Analyzer*. En verde, los resultados con f_0 compatibles al valor teórico y que ofrecen un número considerable de armónicos. En amarillo, resultados compatibles pero ofrecían muy pocos armónicos. En rojo, valores incompatibles. Se marca con # aquellas medidas que no aportaban ningún valor para la f_0 .

Se deduce que el método más efectivo es el número 3 (moda de diferencia de frecuencias), seguido por el método 2 (barrido de frecuencias). Esto es porque el método 3 tiene la mayor compatibilidad con la frecuencia fundamental teórica y ofrece mejores resultados en la tabla de armónicos. Aunque se haya obtenido un buen resultado en todas las notas para el método 3, una vez hecho el experimento se ha comprobado que había casos en los que no funcionaba correctamente. En ese caso se pudo utilizar el segundo método para obtener f_0 . De los dos métodos restantes, se puede descartar directamente el número 4 (relación entre primeros picos), ya que muchas veces no se consigue un valor mínimamente relacionado con la fundamental. En cuanto al método 1 (estudio de los dos picos más intensos) a menudo daba el doble de lo debido, aunque fue útil en ciertos casos donde los métodos 3 y 2 fallaron. Esto se comprobó experimentalmente, donde en los casos que fallaban tanto el método 2 como el 3, el método 1 siempre funcionaba.

Para ejemplificar la sensibilidad de los parámetros de filtrado del espectro, en la tabla 2 se muestra la misma información que en la tabla 1 pero con los valores de los métodos de f_0 cuando se utilizaba un valor de prominencia 30. Se puede comprobar que los resultados son mucho peores tanto para el método 2 como para el método 3, dado que algunos de estos dejan de ser compatibles con los valores teóricos. En algunos casos, aunque f_0 sea compatible, no se obtienen tablas con gran número de armónicos. Algo a destacar son los valores del método 3 para las notas 'Do medio' y 'Mi b medio'. Si bien son valores de f_0 no compatibles con los valores teóricos, estos son de gran interés para el fenómeno de picos intermedios que va a ser descrito en el apartado 4.1.

	Teórico	Spectrum Analyzer	Método 1	Método 2	Método 3	Método 4
La b grave	103,8	102,0	210,0	105,3	105,2	104,9
Si b grave	116,5	118,0	233,6	116,3	117,2	#
Do grave	130,8	129,0	262,2	130,9	131,2	131,1
La b medio	207,7	210,0	208,2	210,4	208,3	190,4
Si b medio	233,1	237,0	233,6	66,4	233,6	66,3
Do medio	261,6	264,0	265,1	267,1	135,9	#
Mi b medio	311,1		314,6	309,8	155,7	#

Tabla 2: Resultados de las frecuencias fundamentales obtenidas de distintas notas para los cuatro métodos de obtención de f_0 con prominencia 30. Se muestran los valores teóricos y de las pruebas de *Spectrum Analyzer*. El código de colores es el mismo que el utilizado en la tabla 1, con el añadido del azul. Este indica que el valor no es compatible, pero aporta información sobre un fenómeno físico de relevancia en este trabajo.

3.3. Duración de la muestra

Se quería comprobar cómo afectaba la duración de la grabación con el fin de determinar la mejor muestra de tiempo posible para los resultados. Para ello, se grabó la nota 'Do Grave' del instrumento ($f_0 = 131$ Hz) durante 15 segundos. Posteriormente, se realizaron 4 archivos de audio de esta grabación, cada uno con una duración distinta. Más específicamente, las duraciones fueron de 1, 5, 10 y 15 segundos. En la figuras 5, 6, 7 y 8 se muestran los resultados de estas medidas.

Como se puede observar la mayor diferencia entre las 4 gráficas es la variación de la intensidad para frecuencias del orden de 20 kHz. Como ya se vio previamente, estas frecuencias corresponden a ruido de la señal que no proviene del instrumento. Además, el hecho de que desaparezcan estas frecuencias en la medida de 15 segundos es otro indicador que están relacionadas con el ruido aleatorio de la transformada de Fourier. Otra de las diferencias es la variación de intensidad para ciertas frecuencias del espectro. Al tener una muestra de tan corto tiempo, se pueden conseguir espectros ligeramente distintos de un segundo a otro, debido a que el sonido del instrumento no es constante. Para duraciones de 10 y 15 segundos no hay cambios muy notables con respecto a la muestra de 5 segundos.

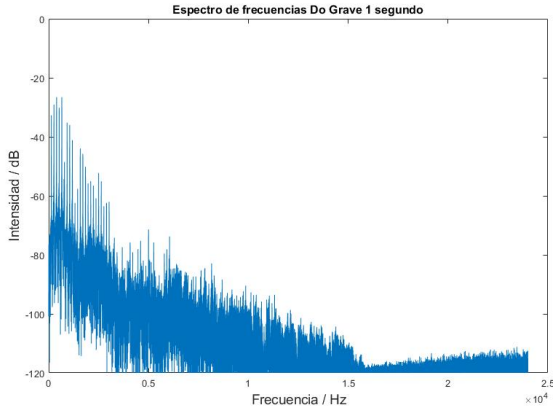


Figura 5: Nota 'Do grave' grabación de 1 segundo.

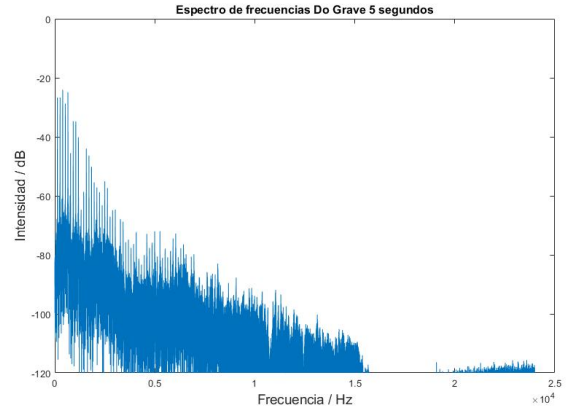


Figura 6: Nota 'Do grave' grabación de 5 segundos.

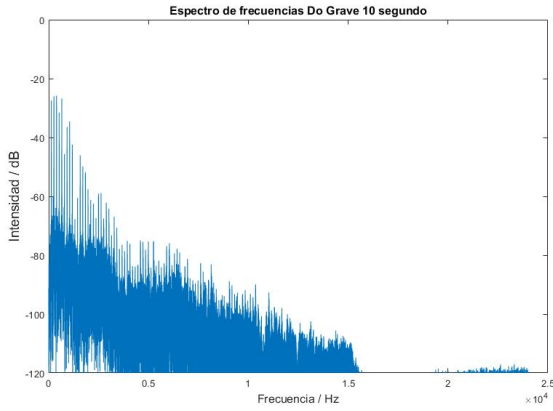


Figura 7: Nota 'Do grave' grabación de 10 segundos.

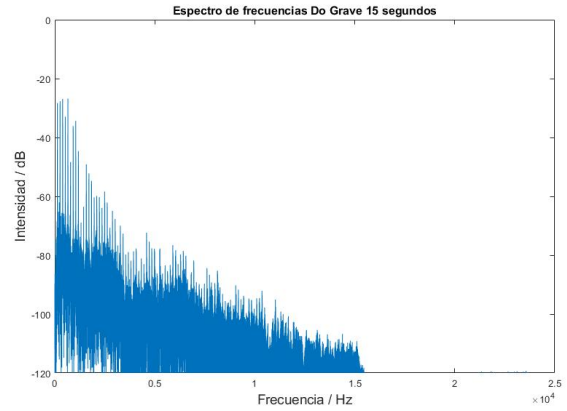


Figura 8: Nota 'Do grave' grabación de 15 segundos.

Dado que el instrumento musical es interpretado por un ser humano, la naturaleza de la emisión de aire y la forma de tocar no es constante. A cada segundo que pasa, hay variaciones de presión y caudal de aire que hacen disminuir o aumentar la intensidad de la nota tocada. Es por esto que, a la vista de las figuras 5-8, la duración recomendada para realizar las medidas está entre 1 y 5 segundos. Duraciones superiores podrían contener errores sistemáticos por la no constancia de los parámetros, introducida por el ser humano.

3.4. Estimación de errores

Existen dos magnitudes principales que se han utilizado para la elaboración del experimento. Estas son frecuencia (Hz) e intensidad (dB) del armónico.

El error de la frecuencia Δf se puede estimar utilizando la tabla 1 del análisis de los métodos de f_0 . Comparando los valores obtenidos por los mismos con su valor teórico, se estima que

el error de la frecuencia es $\frac{\Delta f}{f} \approx 1\%$. Este valor no sólo corresponde a la incertidumbre de la frecuencia fundamental, sino para todos los valores de frecuencia de armónicos.

La estimación del error de la intensidad ΔI requiere de un estudio más profundo que el anterior caso. Esto es porque no tenemos una referencia y como se ha dicho, la nota se genera por parte de un humano y es imposible replicar exactamente las condiciones. Para ello se utiliza la mencionada muestra de 15 segundos de la nota 'Do grave', dividiéndola en 5 partes que se estudian de manera independiente. Se compara la intensidad media en cada una de ellas para los 20 primeros armónicos. De esta forma, se tiene una dependencia del error ΔI frente a la frecuencia f . En la figura 9 se puede comprobar esta dependencia.

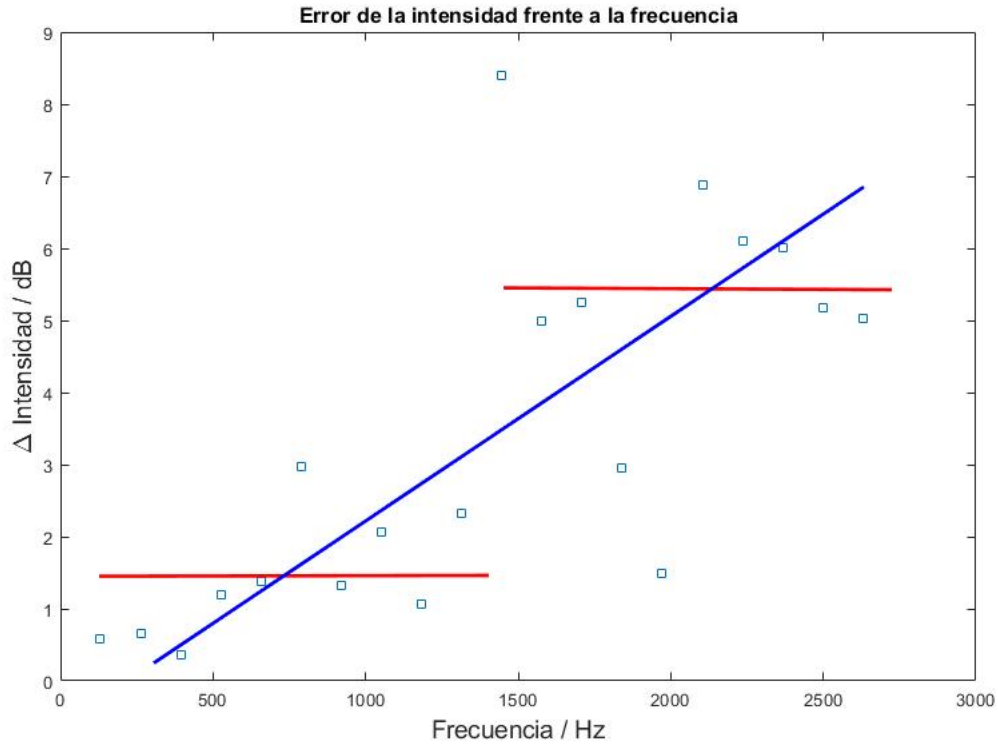


Figura 9: Representación del error de la intensidad frente al valor de la frecuencia. Las líneas rojas corresponden a un ajuste manual. Otra manera de ajustar los datos es mediante la recta azul.

Para frecuencias bajas, $\Delta I \approx 1$ dB, mientras que para frecuencias superiores a 1500 Hz, el error es $\Delta I \approx 5$ dB. La otra forma de ajuste (línea azul) muestra que también es posible que ΔI sea proporcional a la frecuencia del armónico. Sin embargo, también se puede comprobar que hay una relación aproximadamente lineal de esta incertidumbre con la intensidad del armónico. Es más grande el error para intensidades pequeñas. En la figura 10 se muestra este comportamiento.

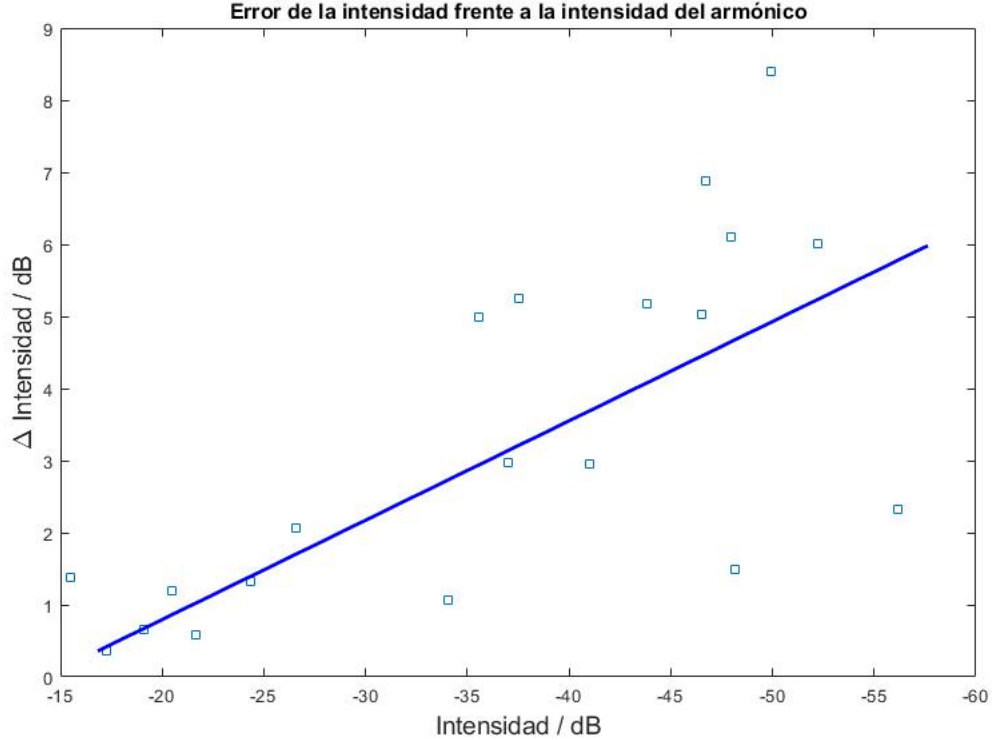


Figura 10: Representación del error de la intensidad frente al valor de la intensidad del armónico. Los valores del eje de abscisas se muestran de mayor a menor intensidad. Se muestra en azul un posible ajuste manual de los datos.

En este caso se observa que ΔI depende proporcionalmente del valor de intensidad del armónico. Si se mira cualquier espectro de frecuencias de los anteriores, se comprueba fácilmente que la intensidad disminuye conforme se aumenta la frecuencia. Por tanto, las figuras 9 y 10 están relacionadas directamente, comprobando en ambos casos que ΔI aumenta proporcionalmente con el número de armónico.

3.5. Estudio del comportamiento de la intensidad

Un estudio muy importante es cómo se comporta el espectro de frecuencias cuando el músico toca, para una intensidad del instrumento dada, a distintas distancias. De esta forma se puede conocer qué distancia es la más adecuada para obtener unos resultados satisfactorios y que no conduzcan a error.

Se tomaron medidas para la nota 'Do grave' ($f_0 = 131$ Hz) a distancias de 20, 60, 120 y 200 cm. Para que el músico supiera la intensidad a la que estaba tocando, se disponía un ordenador portátil con la aplicación de Google *Sound Meter* [14], que ha servido como sonómetro. En las figuras 11-14 se muestran los resultados obtenidos para una intensidad sonora de 65 dB en las 4 distancias establecidas.

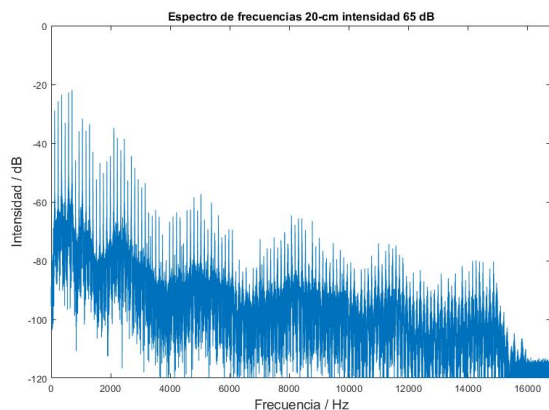


Figura 11: Nota 'Do grave' con intensidad de 65 dB a 20 cm.

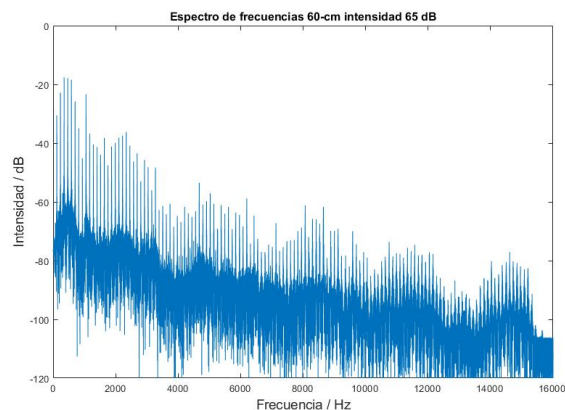


Figura 12: Nota 'Do grave' con intensidad de 65 dB a 60 cm.

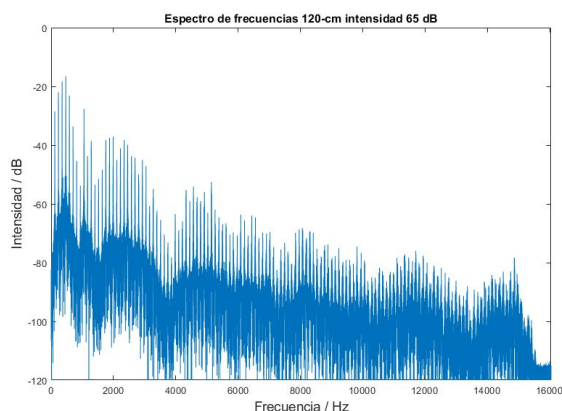


Figura 13: Nota 'Do grave' con intensidad de 65 dB a 120 cm.

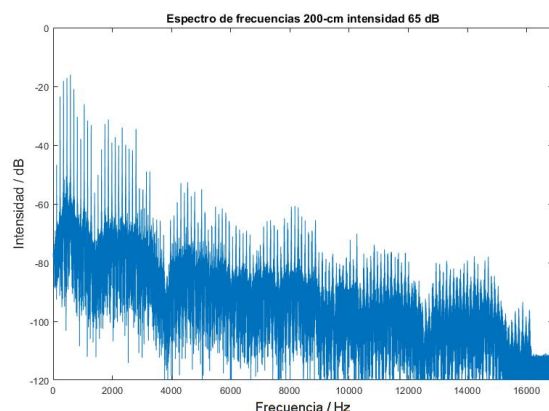


Figura 14: Nota 'Do grave' con intensidad de 65 dB a 200 cm.

Para una intensidad del saxofón dada, la distribución de intensidades de los armónicos generados varía con respecto a la distancia que se tomen las medidas. Para distancias de 20 a 120 cm se observa cómo, por lo general, los armónicos disminuyen en intensidad con la distancia, pero el cambio no es muy notable. La única excepción que se encuentra entre las medidas es a la distancia de 200 cm. Este resultado tiene armónicos de mayor intensidad que a distancias menores y se puede deber a la imprecisión humana a la hora de realizar la nota con el instrumento. Aunque este estuviera comprobando la intensidad con un sonómetro en todo momento, los valores que veía en pantalla fluctuaban constantemente, con lo que no era una referencia absoluta.

Por otro lado, se comprobó que a 20 cm ocurría una anomalía en el cuarto armónico. Dado que no pertenece al estudio principal de este trabajo, dicha irregularidad se estudiará en la sección 5. De momento, para las medidas de las notas forzadas se debe utilizar como mínimo una distancia de 60 cm para su grabación.

Resulta también interesante ver cómo se comportan los espectros de frecuencia, a una distancia dada, con distintas intensidades sonoras con las que toca el músico. Esto es tocando más fuerte o más flojo. Se consideraron las intensidades del saxofón en 60, 65 y 75 dB. Esta medición de decibelios no se hace con respecto a la intensidad de saturación del micrófono, sino respecto al oído humano. Los resultados para una distancia de de 60 cm se muestran en las figuras 15, 16 y 17.

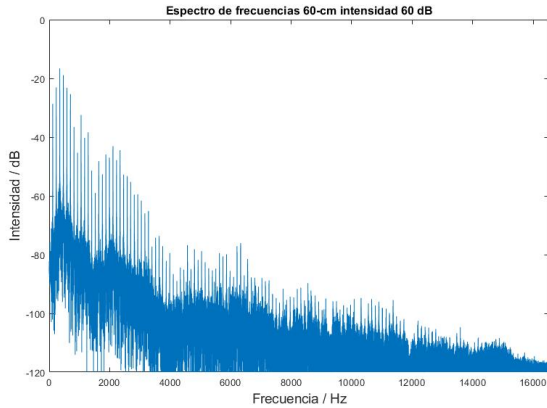


Figura 15: Nota 'Do grave' a 60 cm con intensidad sonora de 60 dB.

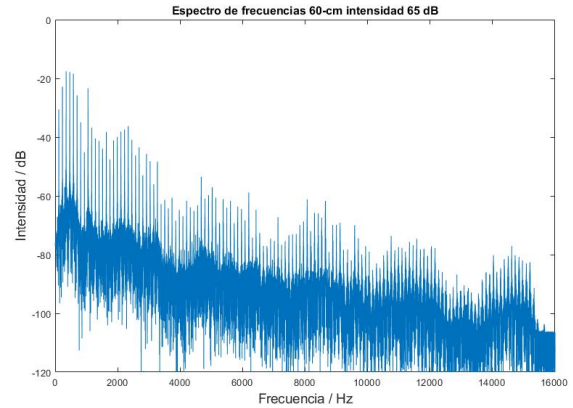


Figura 16: Nota 'Do grave' a 60 cm con intensidad sonora de 65 dB.

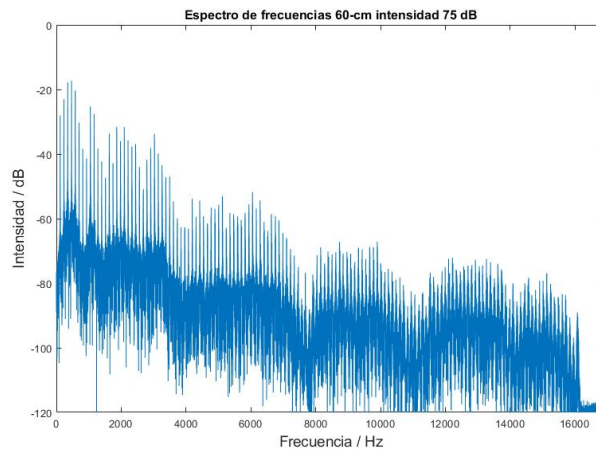


Figura 17: Nota 'Do grave' a 60 cm con intensidad sonora de 75 dB.

En las figuras 15-17 vemos cómo se comporta la distribución de los armónicos cuando el saxofonista toca con tres intensidades distintas a una distancia de 60 cm. En este caso, el comportamiento tiene consecuencias muy interesantes. Comparando las tres gráficas, se comprueba que las intensidades a partir del armónico 12 (Entorno a 1400 Hz en este caso) en adelante aumentan bastante conforme se toque más fuerte el instrumento. En cambio, los 12 primeros armónicos apenas varían. Es decir, no son la frecuencia fundamental y sus armónicos cercanos los que dan cuenta de la intensidad general de la nota sino las intensidades de armónicos muy superiores.

Este fenómeno podría explicar el comportamiento del error con respecto a la intensidad que se ha visto en el apartado 3.4. Como bien se ha ido recordando hasta ahora, las medidas no se han hecho con un dispositivo experimental automático para obtener la nota deseada, sino que ha habido intervención humana. Las fluctuaciones en la intensidad de la medida son inevitables. Por tanto, cuanta mayor variación en la intensidad del instrumento de una medida, mayor error se obtendrá para armónicos superiores. Para armónicos cercanos a la frecuencia fundamental, el error será menor puesto que no hay gran variación de intensidad en estos armónicos si se toca a distintas intensidades generales. Esta explicación es una hipótesis plausible, pero no ha sido comprobada con más detalle.

Con estas pruebas, se determinó que para realizar las medidas del experimento se utilizaría una intensidad del instrumento de 65 dB a una distancia de 70 cm. La intensidad de 65 dB era la más cómoda para el saxofonista a la hora de realizar las medidas. En cambio, para la distancia se podría haber escogido cualquiera, excepto a 20 cm y distancias cercanas, como ya se ha explicado anteriormente.

4. Análisis de las notas forzadas

A la vista de las medidas en la preparación del experimento, ya se conocen las condiciones de grabación con las que realizar el mismo. Estas son: grabaciones realizadas entorno a una distancia de 70 cm con una intensidad sonora del instrumento aproximada de 65 dB, con duraciones de las notas entre 2 y 5 segundos. El lugar de grabación siempre es el mismo, manteniendo la posición de los elementos contenidos en la habitación, incluyendo la posición del micrófono. Además, todas las grabaciones utilizadas, excepto la medida de boquilla y tudel, se han realizado con la misma caña o lengüeta. Así, se disminuyen las posibles variaciones de las medidas que pueda introducir el hecho de usar varias cañas. En cuanto al análisis, se utilizan parámetros para la obtención de la tabla de armónicos como la prominencia con valor 25 y una altura mínima del armónico -75 dB con respecto al nivel de saturación.

A continuación se explorará el fenómeno de las notas forzadas, primero analizando los espectros generados mediante esta técnica y posteriormente haciendo una interpretación física del fenómeno.

4.1. Análisis de sonidos generados por notas forzadas

Se analizan las series armónicas obtenidas tanto para notas naturales como forzadas. La nota musical que se usa de ejemplo es 'La b Grave', que corresponde a una longitud del tubo completa del instrumento. No hay ningún orificio abierto desde la boquilla hasta la campana. Algunos ejemplos del resto de notas estudiadas siguen un comportamiento similar al que se va a explicar a continuación. Para ver los espectros de algunos casos, mirar el anexo B.

Por un lado, se analiza conjuntamente los armónicos de la nota natural y sus dos siguientes sobretonos en la tabla 3 y en la figura 18. Los sobretonos tienen la misma longitud efectiva

de tubo que la nota natural, pero se hacen sonar de otra forma cambiando la posición de la garganta, así generando una nota superior. Por otro lado, se analiza un sobretono específico comparando con la nota generada de forma natural, con longitud de tubo distinta. Esto es, ambas notas suenan igual, pero se obtienen con dos longitudes de tubo distintas. Se muestran estos resultados en la tabla 4 y en la figura 19.

La b Grave		Sobretono 1		Sobretono 2	
f / Hz	I / dB	f / Hz	I / dB	f / Hz	I / dB
105	-7				
209	-4	211	0		
314	0			318	0
419	-12	422	-18		
523	-4				
628	-5	633	-16	636	-15
733	-14				
838	-15	844	-18		
942	-24			953	-29
1047	-17	1055	-21		
1152	-18				
1255	-21	1266	-30	1271	-28
1362	-26				
1466	-27	1477	-38		
1571	-32			1589	-30
1676	-28	1688	-35		
1781	-29				
1885	-17	1899	-35	1906	-31
1990	-15				
2095	-15	2110	-29		
2199	-24			2225	-42

Tabla 3: Resultados de 21 de los 60 armónicos obtenidos para 'La b grave' y sus sobretonos 1 y 2. Se muestran valores de frecuencia e intensidad normalizada al mayor valor para cada una de las notas. Se han organizado los armónicos de tal manera que coincidan las frecuencias entre las tres medidas.

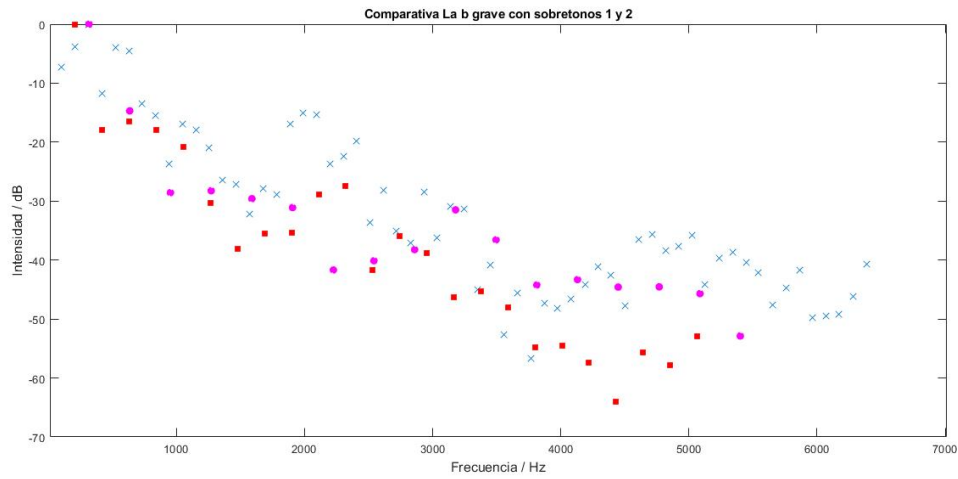


Figura 18: Se muestran los resultados de los armónicos para la nota natural 'La b grave' (x azul) y su sobretono 1 (\square rojo) y sobretono 2 (\circ rosa). Las intensidades de cada armónico están normalizadas con respecto al mayor más intenso de su nota.

La b Medio		Sobretono 1	
f / Hz	I / dB	f / Hz	I / dB
207	0	211	0
413	-8	422	-18
619	-16	633	-16
826	-18	844	-18
1038	-22	1055	-21
1245	-23	1266	-30
1445	-27	1477	-38
1656	-28	1688	-35
1858	-25	1899	-35
2064	-35	2110	-29
2284	-28	2321	-27
2477	-29	2532	-42
2697	-31	2743	-36
2890	-38	2954	-39
3105	-33	3165	-46
3318	-37	3376	-45
3519	-45	3586	-48
3737	-46	3799	-55
3927	-49	4009	-55
4151	-52	4219	-57

Tabla 4: Resultados de los 20 primeros armónicos para 'La b medio' y 'La b grave' sobretono 1. Se muestran valores de frecuencia e intensidad normalizada al mayor valor para cada una de las notas. Se han organizado los armónicos de tal manera que coincidan las frecuencias entre las tres medidas.

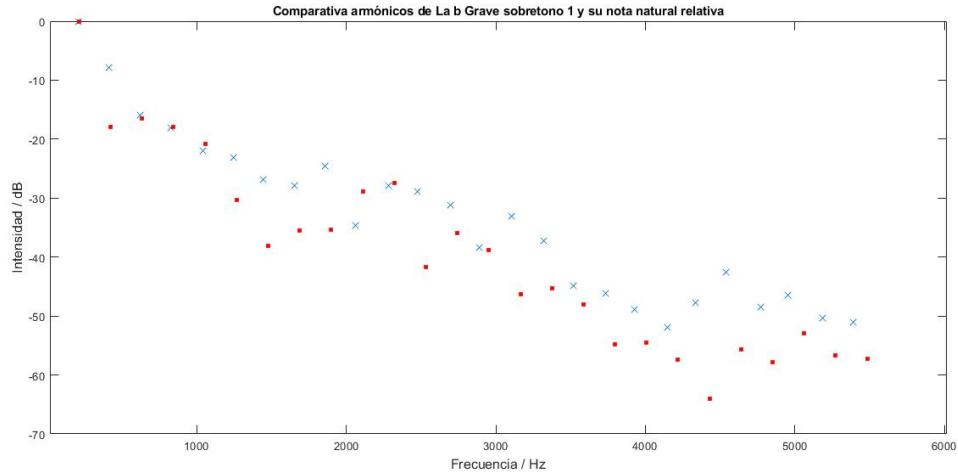


Figura 19: Se muestran los resultados de los armónicos para el sobretono 1 de 'La b grave' (□ rojo) y su relativa nota natural 'La b medio' (x azul). Las intensidades de cada armónico están normalizadas con respecto al mayor más intenso de su nota.

En la tabla 3 está la clave para comprender el fenómeno de las notas forzadas. Se comprueba que el número de armónicos (61) de la nota natural es bastante alto. Examinando el sobretono 1, las frecuencias asociadas a sus armónicos son exactamente los armónicos pares de la nota natural. Algo parecido sucede con el sobretono 2, sólo que aquí son los armónicos con frecuencias múltiplos de 3 los que aparecen. Todo esto sucede cambiando la forma de soplar, sin modificar

la longitud de tubo efectiva. En los dos casos se sigue cumpliendo que las frecuencias coinciden con las de la nota natural. Esto es sorprendente, aunque no dejan de ser armónicos pertenecientes a la configuración del tubo. Además, es muy importante mencionar que los sobretonos 1 y 2 comienzan a partir del primer y el segundo armónico con respecto a la fundamental respectivamente. Es decir, las notas forzadas tienen nuevas frecuencias fundamentales aparentes. En definitiva, estos resultados son compatibles con la física del tubo cónico. Existe algún motivo que impide que ciertos armónicos sean excitados para que la nota suene distinta, aunque no se cambia la longitud del tubo. Se cree que ese motivo sea la forma de soplar, aspecto que estudiaremos más adelante.

De la figura 18 se extrae el comportamiento de la intensidad de los armónicos en función del sobretono que se utiliza. Es interesante ver cómo la intensidad disminuye más rápidamente con respecto a la frecuencia en el caso de los sobretonos. Para el caso de nota natural, se ve de nuevo que tiene el mayor número de armónicos. El motivo por el que no aparecen más armónicos es la limitación impuesta de un mínimo de intensidad de -75 dB con respecto al nivel de saturación, además del parámetro de prominencia 25 para la obtención de armónicos. Es importante puntualizar que los valores de intensidad que se proporcionan en la figura 18 y tabla 3 están normalizados a la mayor intensidad de entre todos los armónicos de la nota. Así pues, los sobretonos tienen menor número de armónicos dado que es posible que haya armónicos que no cumplan alguno de los dos parámetros de análisis. Sí es cierto que existen ciertos armónicos de orden superior que pasaron el filtro. En cambio, no se muestran los resultados porque son frecuencias muy altas y no hay armónicos relativos en la nota natural con los que comparar.

En la tabla 4 y figura 19 se ve el comportamiento del sobretono 1 de 'La b grave' con respecto a la nota natural equivalente. En ambas notas coinciden los armónicos, incluyendo f_0 , hasta una frecuencia de 4000 Hz aproximadamente. Esto se debe a la disminución en intensidad de los armónicos con la frecuencia y al filtrado del espectro. Llama la atención que las intensidades son distintas para ambas notas, aunque suenen por igual al oído. Se cree que esto se debe a que las diferencias de intensidad son poco apreciables al oído humano.

Es curioso destacar un comportamiento que se observa en el espectro del sobretono 1 de 'La b grave'. Este se muestra en la figura 20 y corresponde a la misma medida con la que se han mostrado los resultados de la tabla 3 y la figura 18. Como se puede comprobar visualmente, existen picos de menor intensidad entre los picos de armónicos que sobresalen. Los picos menores no pasan el filtrado inicial de análisis debido a que su prominencia es menor al valor de 25 que se había establecido. Si se toman manualmente las medidas de las frecuencias de estos picos, se comprueba que estas coinciden con valores de los armónicos de la nota natural para esa longitud de tubo. Es decir, estos picos son los armónicos disminuidos en intensidad de la nota que no se veían en la tabla 3 para el valor del sobretono 1.

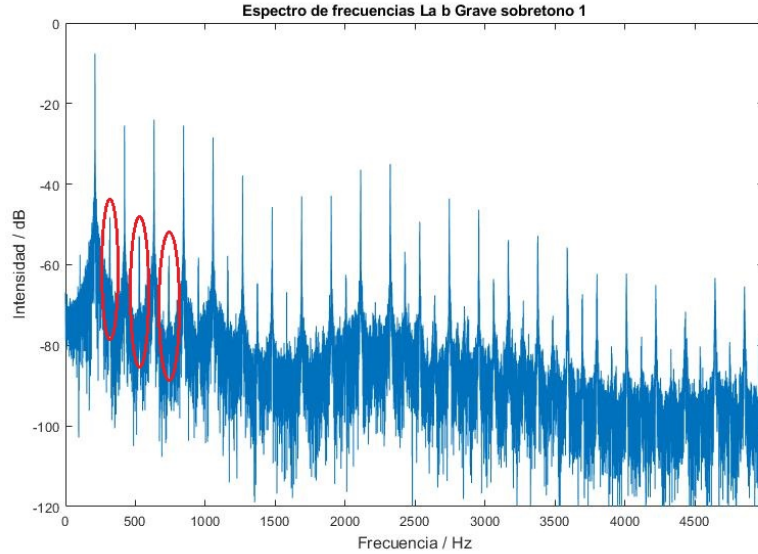


Figura 20: Espectro de frecuencias para la nota 'La b grave' sobretono 1. Esta medida corresponde con la misma utilizada para la figura 18. En rojo se marcan los tres primeros picos intermedios de menor intensidad.

Durante la realización del experimento se tomaron varias medidas para cada nota y sobretono. Entre todas las medidas, existen varios espectros con un comportamiento similar al que se muestra en la figura 21. Este espectro corresponde a otra medida distinta para el sobretono 1 de 'La b grave'. Claramente se ve que, aunque se trata del mismo sobretono estudiado en la figura 20, en esta medida no aparecen esos picos de armónicos disminuidos en intensidad.

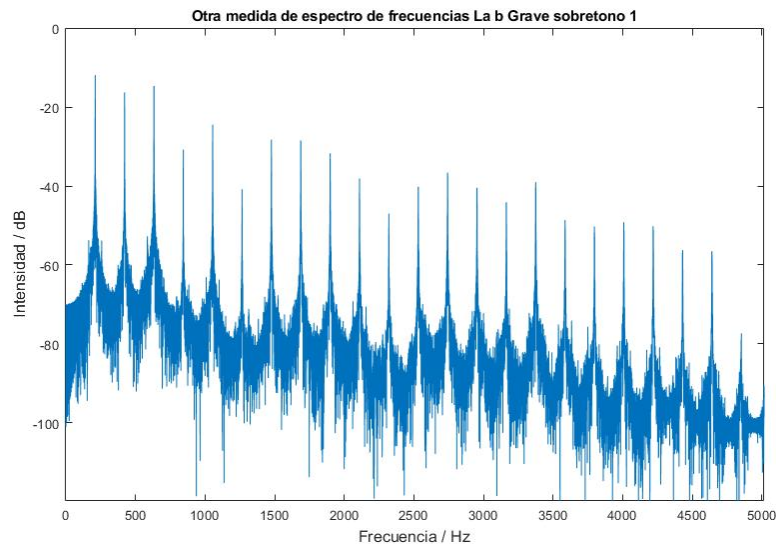


Figura 21: Espectro de frecuencias para la nota 'La b grave' sobretono 1. Esta medida pertenece a otra grabación distinta con la que se realizó la figura 20.

Se trata de la misma nota, pero en dos medidas diferentes se obtienen resultados bastante distintos. Revisando los archivos de audios para ambas grabaciones, se nota una sutil diferencia. En la medida de la figura 20 se puede escuchar la nota con una textura rasgada, como si intentaran sonar dos notas a la vez, produciendo una especie de batido sonoro. En la medida de la figura 21 esto no ocurre, el sobretono se escucha limpio. Para entender que está ocurriendo es necesario estudiar antes el comportamiento de la garganta del músico cuando realiza las notas forzadas.

4.2. Interpretación física de la generación de notas forzadas

4.2.1. Estudio de registros distintos de las notas naturales.

Se puede comprender mejor qué ocurre con las notas forzadas si se estudian primero las notas naturales en distintos registros del instrumento. Por ejemplo, el caso de la nota 'Do grave' y 'Do medio'. En la figura 22 se muestran los espectros de ambas notas. Estas se tocan con una posición de los dedos muy parecidas, diferenciándose únicamente en que, para tocar 'Do medio', es necesario pulsar la denominada llave de octava. La función de esta llave es abrir un pequeño orificio en el cuello del saxofón. Por lo demás, se pueden considerar que ambas se están realizando con una misma longitud de tubo efectiva.

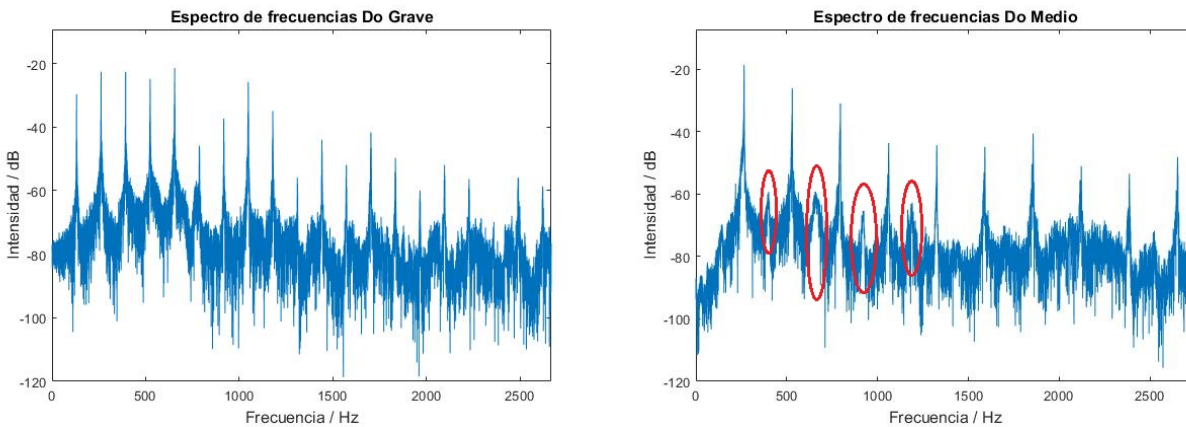


Figura 22: Espectros de frecuencias obtenidos grabaciones de las notas 'Do grave' y 'Do medio' respectivamente. En el espectro de 'Do medio' se marcan los picos de intensidad disminuidos que corresponden con armónicos de la longitud del tubo.

Estos espectros recuerdan bastante al caso visto para la medida 'La b Grave' sobretono 1, donde los picos de menor intensidad que se encuentran entre los armónicos eran en realidad armónicos disminuidos de la longitud del tubo. Se ha comprobado manualmente que estos picos menores del espectro de 'Do medio' corresponden con esos armónicos disminuidos en intensidad. Viendo este comportamiento en notas naturales, se puede decir que el propio saxofón utiliza el control de los armónicos para producir un mayor rango de notas. La explicación de por qué se genera la nota 'Do medio' se debe a que, al abrir el pequeño orificio con la llave de octava, este agujero perturba la resonancia de la frecuencia fundamental del tubo [3] afectando también a los armónicos impares. Hay apenas cambios para los pares.

4.2.2. Estudio de notas forzadas con sólo boquilla y tudel

Durante la fase previa al desarrollo del experimento, se plantearon distintos métodos para demostrar el efecto de la garganta en la modificación de los armónicos del tubo. Uno de ellos era la comparación entre muestras de una nota forzada y una grabación de la voz del músico con la misma posición de garganta que utiliza para esa nota forzada. Durante la fase de pruebas se vio que este método era efectivo y sus resultados se muestran en la sección 4.2.3.

El método a estudiar ahora consiste en reducir el tubo del instrumento lo máximo posible, prescindiendo del cuerpo del saxofón. Con esta medida se buscaba encontrar de alguna manera simplificar el número de armónicos y conseguir resultados que apoyaran la hipótesis. Para ello, se tomaron dos medidas con sólo la boquilla y el tudel de un saxofón alto. El motivo de usar dichas partes de un tipo de saxofón distinto al resto de medidas, se debe a la disponibilidad de instrumento de otro músico distinto que realizó esta grabación.

En una medida se toca la nota natural para la boquilla y tudel solamente, y en otra se toca una nota forzada (cambiando la forma de soplar). La figura 23 y la tabla 5 muestran los resultados, siendo la longitud de boquilla y tudel de igual a 27 ± 1 cm.

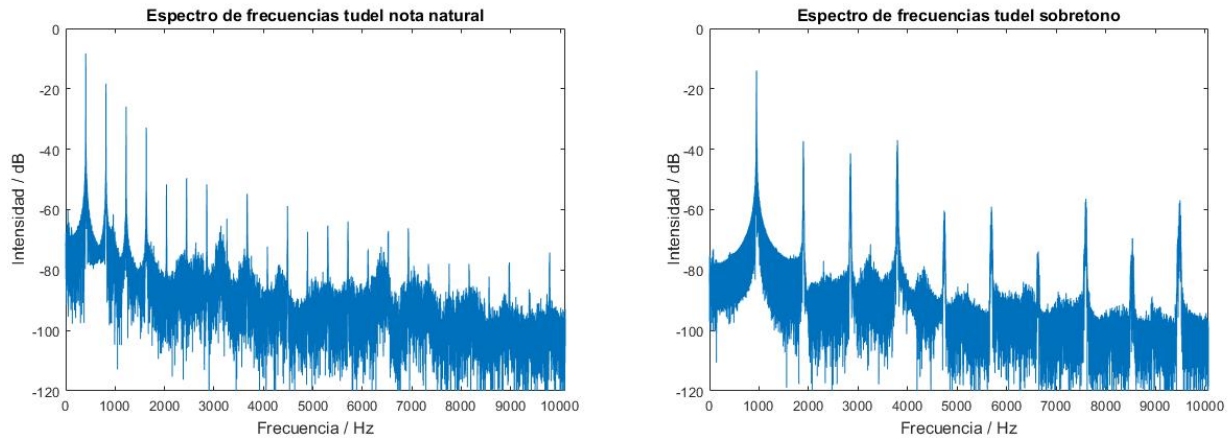


Figura 23: Espectros de frecuencias obtenidos de la boquilla y tudel de un saxofón alto. Se muestran los resultados para la nota natural y su sobretono más próximo.

Tomando como referencia la nota natural, se comprueba que su frecuencia fundamental es $f_0 = 408$ Hz. Además, se cumple que sus armónicos son múltiplos de la fundamental como un tubo cónico cerrado (equivalente a tubo cilíndrico abierto por ambos lados). Para el sobretono, los resultados no son tan satisfactorios como pudiera parecer. La frecuencia fundamental de este es $f'_0 = 949$ Hz. No coincide con el segundo armónico para la nota natural (823 Hz). Sí se mantiene la multiplicidad de la frecuencia del resto de armónicos del sobretono con respecto a f'_0 . Todo lleva a pensar que, si realmente es la posición de la garganta la que altera la intensidad de los armónicos, en estas medidas de boquilla y tudel no vamos a poder comprobarlo.

Cabe la posibilidad de que el músico que elaboró esta medida no tuviera la técnica de notas forzadas tan desarrollada como para hacerlo con una longitud de tubo tan pequeña. A mayor frecuencia de la nota, más esfuerzo es necesario para colocar la garganta. Además, es posible que influyan otros factores en la medida como la presión de la mandíbula sobre la caña y el caudal del aire suministrado.

Tudel nota natural		Tudel sobretono	
f / Hz	I / dB	f / Hz	I / dB
408	-8		
815	-18	949	-14
1223	-26		
1631	-33	1896	-37
2039	-52		
2445	-50		
2854	-52	2844	-41
3260	-63		
3670	-55	3794	-37
4080	-72		
4485	-59		
4893	-67	4735	-60
5301	-65		
5709	-64	5687	-59
6117	-73		
6525	-67	6635	-74
6927	-66		

Tabla 5: Resultados de los armónicos obtenidos en la figura 23. Se han organizado los armónicos de manera que coincidan las frecuencias entre las medidas.

4.2.3. Notas forzadas con el saxofón tenor

Se busca comprobar el efecto de la posición de la garganta en el fenómeno de las notas forzadas. El saxofonista, cuando realiza estas notas, coloca la garganta de una manera específica para cada una de ellas. Para esto, el músico sopla el instrumento como si estuviera cantando la nota que va a tocar. Esto no significa que cante literalmente, sino que coloca la garganta como si estuviera cantando.

Volviendo al saxofón tenor con todas sus partes, se realizaron medidas con el siguiente método experimental. El músico realiza una nota, ya sea natural o sobretono, e inmediatamente después, deja de tocar el instrumento para cantar con la misma posición de garganta que tenía previamente. Esto puede resultar un poco complicado al principio para el músico, pero tras varios intentos se puede conseguir mantener la posición de la garganta en todo momento. La figura 24 muestra una gráfica con los armónicos del saxofón y la voz para la nota 'La b grave' sobretono 1. La tabla 6 muestra los resultados de las medidas de saxofón y voz para la nota 'La b grave' y sus tres primeros sobretonos. Los espectros de dichas notas se pueden ver en el anexo C.

De estos resultados se comprueba que las frecuencias de los armónicos asociados tanto a la nota tocada por el saxofón como la grabación de la voz coinciden. La voz con la nota natural contiene los armónicos pertenecientes a la longitud del tubo. En cambio, en el caso de los sobretonos, las frecuencias de la voz coinciden con la de estos sobretonos.

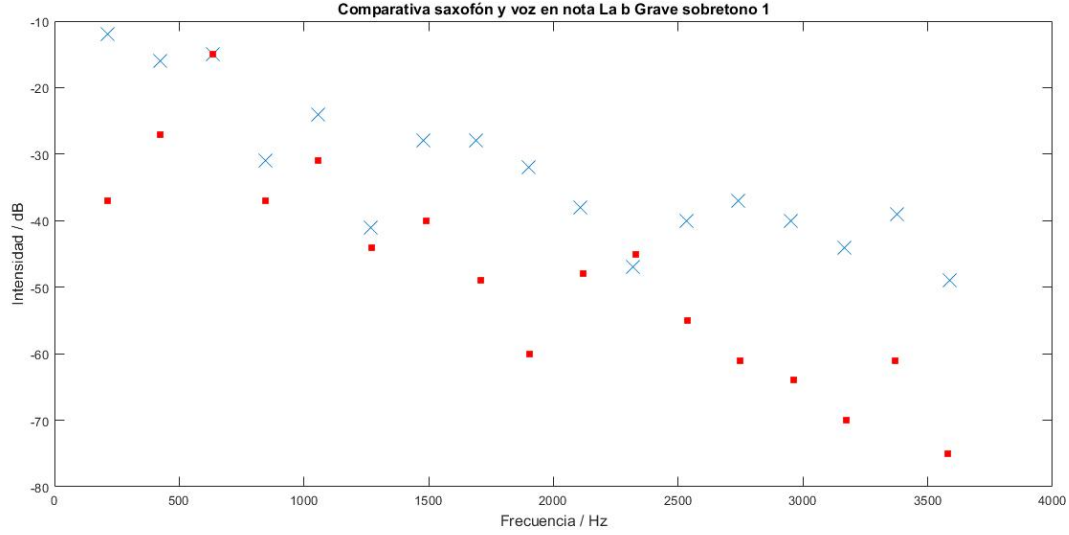


Figura 24: Resultados de los armónicos del sobretono 1 de 'La b grave' para el saxofón (x azul) y la voz (□ rojo) con la posición adecuada para hacer el sobretono 1. Las intensidades mostradas son con respecto al nivel de saturación del micrófono.

La b Grave				Sobretono 1				Sobretono 2				Sobretono 3			
Saxofón		Voz		Saxofón		Voz		Saxofón		Voz		Saxofón		Voz	
f / Hz	I / dB	f / Hz	I / dB	f / Hz	I / dB	f / Hz	I / dB	f / Hz	I / dB	f / Hz	I / dB	f / Hz	I / dB	f / Hz	I / dB
105	-29	106	-45	211	-12	212	-37	319	-10	315	-23	428	-9	428	-22
210	-23	212	-42	422	-16	423	-27	637	-27	628	-30	855	-35	858	-31
315	-22	315	-42	633	-15	634	-15	956	-33	942	-52	1282	-26	1285	-31
420	-26			844	-31	846	-37	1274	-25	1256	-33	1709	-19	1714	-47
526	-17	527	-39	1055	-24	1058	-31	1593	-34	1570	-52	2137	-27	2137	-43
631	-23	633	-49	1266	-41	1273	-44	1912	-37	1889	-61	2564	-32	2553	-50
736	-33	741	-41	1477	-28	1489	-40	2230	-33			2993	-38	2999	-51
841	-31	849	-50	1688	-28	1707	-49	2549	-28	2517	-65	3419	-35	3428	-64
946	-31	961	-44	1899	-32	1903	-60	2867	-35			3847	-45	3847	-70
1051	-35	1068	-38	2109	-38	2119	-48	3186	-36			4274	-37	4293	-65
1156	-33			2320	-47	2331	-45	3505	-40			4746	-73	4736	-66
1261	-30	1286	-65	2532	-40	2537	-55	3823	-47			5128	-48	5141	-56
1366	-39	1374	-62	2742	-37	2749	-61	4142	-53			5556	-51	5547	-69
1471	-34	1480	-65	2953	-40	2961	-64	4461	-52	4325	-69	5985	-44	5985	-59
1577	-38	1600	-72	3164	-44	3172	-70	4779	-47			6411	-50	6056	-60
1682	-30	1684	-71	3375	-39	3369	-61	5098	-50	5251	-65	6840	-51	6416	-65
1787	-32	1810	-70	3586	-49	3580	-75	5417	-57	5355	-65	7266	-51	6491	-71
1892	-27	1897	-74	3749	-75	3612	-75	5735	-57	5625	-70	7692	-53	6806	-69
1997	-25	2035	-67	4007	-49			6054	-54	5972	-66	8120	-52	6841	-75
2102	-27	2141	-62	4218	-50			6372	-58			8550	-48	7711	-68
2207	-36	2212	-60	4431	-56			6691	-68			8982	-56		
2312	-36	2338	-65	4640	-57			7010	-59			9401	-55		
2417	-31	2441	-70					7329	-54						

Tabla 6: Resultados obtenidos para el orden de 20 armónicos en las medidas de la comparación de saxofón y voz. Se muestran resultados para la nota natural 'La b grave' y sus sobretonos 1,2, y 3. Se han organizado los valores de la frecuencia para que coincidan entre la medida del saxofón y voz en cada nota. Los valores en blanco se consideran falta de armónicos en la medida. Los valores de las intensidades son con respecto al nivel de saturación del micrófono.

Esta compatibilidad de los resultados confirman la hipótesis inicial del trabajo. La mejor explicación posible es que la posición de la garganta hace que sólo se generen unas frecuencias determinadas. Estas son amplificadas por el tubo mediante el fenómeno de resonancia. El tubo solamente amplifica las frecuencias que le corresponden por la configuración del mismo. Si no recibe ciertas frecuencias, aunque este pueda amplificarlas, no se van a generar. No cabe duda que, dado el dispositivo experimental casero que se ha utilizado, estos resultados son muy satisfactorios.

Por último, estos resultados con el saxofón tenor explican a qué se debe el comportamiento de las medidas para un sobretono dado que contenía picos armónicos muy disminuidos en intensidad. Este es el caso de 'La b grave sobretono 1' visto en la figura 20. Las medidas del saxofón con la voz dan notas con un espectro muy claro y sin picos menos intensos entre los armónicos. En las grabaciones de las medidas con picos menos intensos se nota un batido muy apreciable en la nota que se esta tocando. Las frecuencias de los picos disminuidos en intensidad corresponden a armónicos de la longitud del tubo. A la mínima excitación que se produzca de estas frecuencias en la garganta, estas son amplificadas por el saxofón. Esto se puede producir por la mala ejecución de la colocación de la garganta.

5. Otros estudios

Durante el transcurso de la obtención y análisis de resultados, surgieron dudas acerca de distintos comportamientos que se observaban en los mismos. Todo el contenido que se muestra en este apartado no está relacionado con el objetivo del experimento. Aun así, se habla de objetos de estudio interesantes que buscan una explicación a otros fenómenos observados en las medidas.

En primer lugar, se trata el estudio de la disminución de la intensidad con la frecuencia. En segundo y tercer lugar, se analiza el comportamiento detallado de los armónicos en función de la distancia y el ángulo al que se realiza la medida. Estos dos últimos estudios surgieron a partir del análisis general de la intensidad frente a la distancia en la preparación del experimento. Para distancias de 60, 120 y 200 cm no había cambios drásticos en la distribución de armónicos. En cambio para 20 cm, se comprobaba que el cuarto armónico era de menor intensidad en comparación con las otras distancias. En la figura 25 se visualiza esta diferencia de intensidad. Es por esto que se quiso medir la intensidad de los armónicos con distancias entre 20 y 60 cm, además de ver cómo varían con respecto al ángulo entre el micrófono y el saxofón.

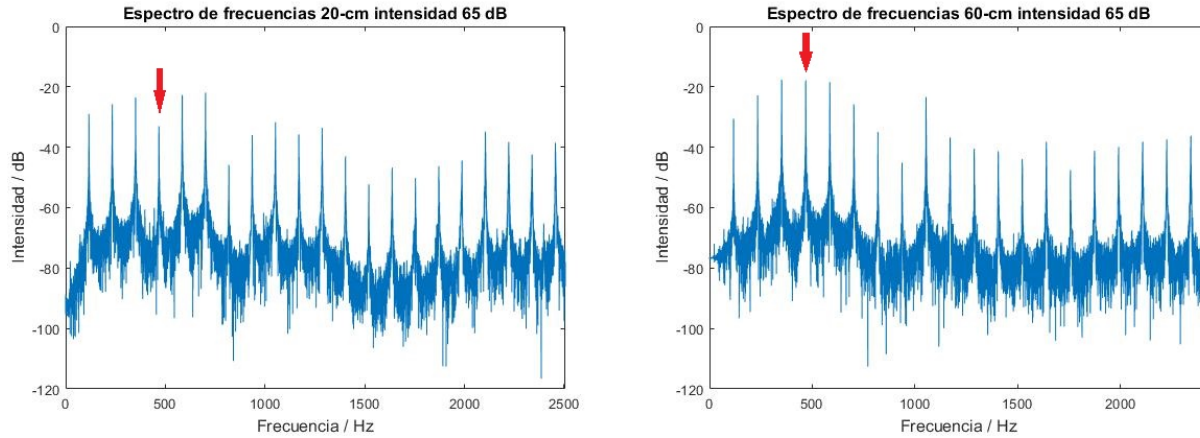


Figura 25: Espectros de frecuencias para medida de 20 y 60 cm de distancia con respecto al micrófono respectivamente. La intensidad sonora del saxofón era de 65 dB. Se indica en rojo el armónico en cuestión que sufre un cambio de intensidad. Para las distancias de 120 y 200 cm, el cuarto armónico es de la misma intensidad que la marcada en la medida de 60 cm.

5.1. Estudio de la disminución de la intensidad con la frecuencia

En los espectros de frecuencias que se han mostrado, tanto para notas naturales como forzadas, se han encontrado picos de intensidad correspondientes a armónicos en frecuencias desde f_0 hasta los 16 kHz. Justamente esta última frecuencia corresponde con la limitación del micrófono que se observaba en el análisis de ruido. Esto lleva a pensar que existen armónicos con una frecuencia mayor que no se han podido captar por el dispositivo experimental. Aunque no se pueda determinar esta frecuencia límite, es interesante estudiar como disminuye la intensidad con la frecuencia del armónico. De esta forma se podría determinar el mayor armónico posible para el saxofón tenor.

Cuando se tocan distintas notas naturales en el saxofón, lo que se está haciendo es alargar o acortar la longitud del tubo que está cerrado al aire del exterior. Tal y cómo se explica en *The physics of musical instruments* de N.H. Fletcher y T.D. Rossing [15], para instrumentos de viento madera: “El comportamiento de un resonador de tipo tubo con agujeros abiertos a lo largo de su longitud se puede dividir en dos rangos de frecuencia. A frecuencias bajas, el primer agujero abierto del tubo refleja acústicamente de nuevo al interior del tubo, produciendo distintas resonancias. A frecuencias altas, la impedancia del primer agujero abierto es alta, y el conjunto de agujeros abiertos transmiten la onda acústica en vez de reflejarla por el tubo. La frecuencia de transición entre estos dos rangos se denomina frecuencia de corte (en la versión original se denomina tone-hole cutoff frequency).”

Es importante mencionar que el comportamiento de la intensidad con respecto al armónico correspondiente se entiende mediante la expresión (7) aportada por Fletcher y Rossing [15]. Esta se denomina ley de potencias.

$$P(\omega = n\omega_1) = \frac{(U_1/U_0)^n Z_{in}(n\omega_1)}{1 + (\omega/\omega_c)^m} \quad (7)$$

Donde P es la potencia para el armónico n , ω_1 la frecuencia fundamental. $(U_1/U_0)^n$ es la amplitud del armónico n , donde U_1 es la amplitud de la frecuencia fundamental y U_0 la amplitud de referencia, en nuestro caso es la amplitud del nivel de saturación. Z_{in} es la impedancia de entrada del aire, ω_c es la frecuencia de corte y m es 4 para los instrumentos de viento madera como el saxofón y el clarinete.

Considerando que el término dominante es $(U_1/U_0)^n$, el resto de términos se pueden considerar constantes. Tal y como indican Fletcher y Rossing, si se representa en una gráfica la intensidad del armónico en dB frente a la frecuencia, el resultado serían dos rectas de pendiente negativa. Para frecuencias menores a ω_c , la recta es pronunciada, mientras que para frecuencias mayores a ω_c , la pendiente es menos pronunciada. Esto varía mucho dependiendo del instrumento de viento madera, pero en todos existe el comportamiento de las dos rectas con respecto a ω_c .

Para demostrar este comportamiento, se realizaron muchas grabaciones en el rango de notas naturales del saxofón tenor (f_0 entre 100 y 600 Hz). Todas las medidas se realizaron a una distancia con respecto al micrófono entorno a 70 cm. En la figura 26 se muestra el espectro para una nota natural. En esta gráfica se ha realizado un ajuste manual que muestra el comportamiento de intensidades de los armónicos. Se trata simplemente de un ajuste visual, no se ha utilizado ningún método matemático para lograrlo. No se busca comprobar el comportamiento exacto, sino ver cualitativamente la pendiente lineal para frecuencias menores y mayores a la frecuencia de corte.

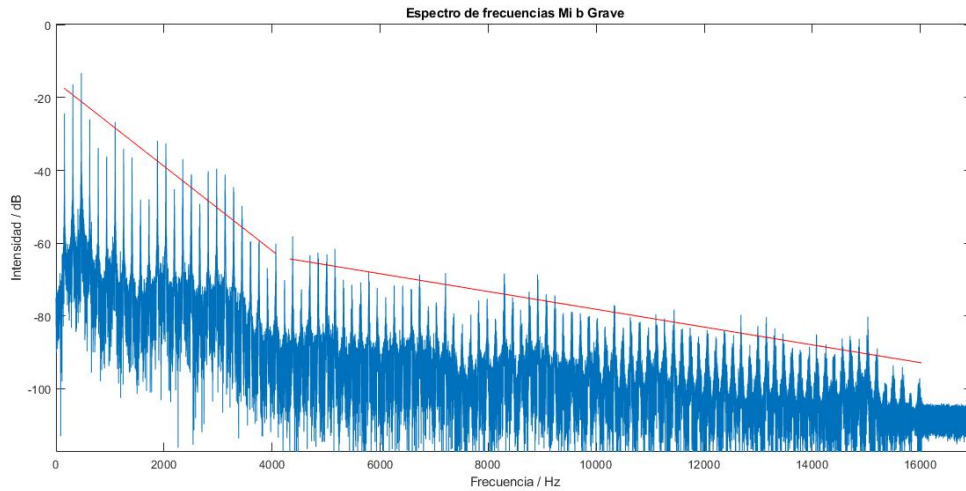


Figura 26: Espectro de frecuencias de la nota natural 'Mi b grave' del saxofón. En rojo se muestran los dos ajustes manuales que señala el comportamiento de la intensidad frente a la frecuencia. El valor aproximado de ω_c es 4000 Hz.

Se observa que la frecuencia de corte ω_c es 4000 Hz aproximadamente. Para frecuencias menores a ω_c la pendiente es mucho más pronunciada que para valores mayores a esta frecuencia de corte. Además se confirma la ley de potencias puesto que, al representar la intensidad de manera logarítmica (en dB), se obtienen las rectas tal y como corresponde con la expresión (7). Si se superponen los valores de los armónicos de todas las notas naturales hechas para este estudio, se obtiene la figura 27.

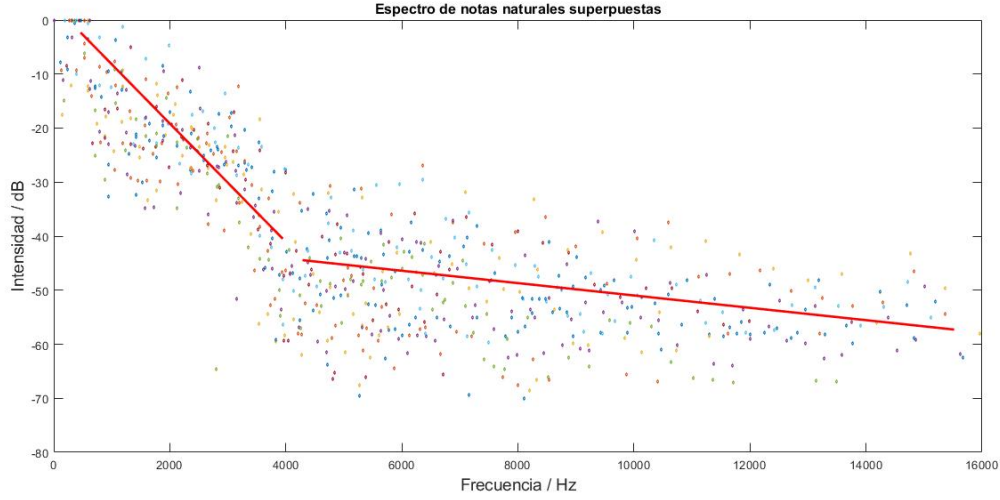


Figura 27: Se representan los armónicos de todas las notas naturales del saxofón tenor con f_0 comprendida entre 100 Hz y 600 Hz. Los valores de intensidad de los armónicos han sido normalizados al mayor valor de cada nota. En rojo se muestran ajustes manuales sobre los dos comportamientos de la intensidad del armónico. Uno cuando la frecuencia es menor que la frecuencia de corte $\omega_c \approx 4000$ Hz y otro cuando es mayor que ω_c .

De nuevo, el ajuste manual nos aporta aproximadamente que el valor de la frecuencia de corte ω_c está entorno a 4000 Hz y se confirma la ley de potencias vista anteriormente. El valor bibliográfico para el saxofón tenor [3] es $\omega_c^* = 1800$ Hz. Coinciden en orden de magnitud pero hay una diferencia apreciable entre el valor obtenido experimentalmente y el bibliográfico, aunque es un valor que depende mucho de la geometría exacta del saxofón.

Por otro lado, hay otros estudios más detallados sobre la frecuencia de corte como el realizado por E. Petersen et al. (2020) [16]. En este estudio se aporta como resultado que cada distribución de agujeros tiene su propia frecuencia de corte, no siendo solamente un valor concreto para el tubo completo del saxofón.

5.2. Estudio intensidad-distancia detallado

Para comprobar el extraño comportamiento del cuarto armónico en la nota 'Do grave' a la distancia de 20 cm, la primera serie de medidas que se optaron por realizar fueron las intensidades a distancias entre 20 y 60 cm con incrementos de 10 cm. En la tabla 7 se representan los resultados obtenidos.

f / Hz	I_{20cm} / dB	I_{30cm} / dB	I_{40cm} / dB	I_{50cm} / dB	I_{60cm} / dB
117	-29	-34	-33	-33	-31
234	-26	-30	-28	-30	-23
351	-24	-25	-20	-18	-18
468	-33	-24	-25	-23	-18
586	-23	-25	-24	-28	-18
703	-22	-28	-25	-37	-26
820	-46	-58	-43	-38	-35
937	-36	-38	-31	-36	-45
1054	-32	-35	-27	-32	-23
1173	-36	-42	-37	-45	-37
1288	-34	-41	-42	-41	-40
1405	-43	-52	-45	-55	-41
1522	-52	-49	-47	-44	-44
1639	-47	-55	-41	-41	-38
1756	-50	-44	-34	-41	-48

Tabla 7: Resultados de intensidades de armónicos pertenecientes a la nota 'Do Grave' para distancias entre 20 y 60 cm. La incertidumbre relacionada con la distancia es del orden de 2 cm.

Se observa un claro comportamiento de la intensidad que depende tanto del armónico como de la distancia a la que se esté realizando la medida. Algunos de los armónicos se comportan dentro de lo esperado. Este es el caso de la frecuencia 1288 Hz. El logaritmo de la amplitud disminuye aproximadamente con el logaritmo de la distancia. En cambio para otras frecuencias se ve que existe una oscilación de la intensidad con la distancia. Este es el caso del armónico de frecuencia 703 Hz. Con estas medidas no se puede determinar la expresión matemática que describe el comportamiento. Serían necesarias bastantes medidas además de una mejor precisión.

Todo esto parece encajar con patrones de interferencia. Dado que hablamos de longitudes de onda de decenas de cm o incluso metros, es plausible esperar zonas de mayor y menor intensidad según la frecuencia. Se cree que esta interferencia puede ser debido al eco de la habitación. Esta fuente de interferencia no se pudo comprobar experimentalmente.

Considerando la hipótesis de dos fuentes alineadas, se produciría un patrón de interferencia producido entre máximos y mínimos de intensidad con una distancia de un cuarto de la longitud de onda. Para los armónicos de frecuencias intermedias, este comportamiento de subidas y bajadas de intensidad se puede comprobar en la tabla 7. Sin embargo, para los primeros armónicos, al tratarse de longitudes de onda tan grandes (para el segundo armónico es 1,45 metros), no se puede comprobar este comportamiento para las distancias medidas. Estos resultados dejan un objeto de estudio muy interesante para abordar en otros experimentos.

5.3. Estudio intensidad-ángulo

Otra variante de estudio para entender el comportamiento del cuarto armónico de 'Do grave' se basaba en la radiación del sonido y su posible dependencia con el ángulo. Para comprobar esto, se realizaron medidas a 20 cm de distancia con distintos ángulos con respecto al micrófono. El ángulo variaba desde -90° hasta 90° , siendo 0° la posición del saxofón en frente del micrófono. Para hacer estas medidas se situaba la campana del instrumento a la misma altura que el micrófono. Los ángulos se tomaron con escuadra y cartabón, haciendo marcas en papel sobre el suelo. En la tabla 8 se muestran los resultados para los nueve primeros armónicos.

f / Hz	I_{-90° / dB	I_{-60° / dB	I_{-45° / dB	I_{-30° / dB	I_{0° / dB	I_{30° / dB	I_{45° / dB	I_{60° / dB	I_{90° / dB
117	-32	-32	-33	-36	-33	-31	-32	-31	-29
234	-26	-22	-23	-27	-24	-22	-22	-24	-26
352	-15	-17	-21	-22	-36	-24	-19	-18	-16
469	-20	-25	-19	-27	-36	-33	-31	-32	-25
586	-17	-15	-17	-21	-16	-19	-22	-19	-26
703	-24	-22	-25	-25	-23	-27	-31	-30	-27
821	-35	-36	-41	-45	-41	-45	-45	-44	-44
938	-47	-35	-38	-48	-41	-44	-49	-47	-49
1055	-33	-25	-25	-30	-25	-24	-28	-29	-44

Tabla 8: Resultados para intensidades de los 9 armónicos de la nota 'Do grave' en función del ángulo del saxofón-micrófono. A 0° , ambos elementos están alineados uno enfrente del otro. Se establece un código de colores que muestra el comportamiento de cada armónico. Estos son isótropo (azul), en forma de 'M' o doble lóbulo (verde), claramente más intenso por un lado (amarillo) y asimétrico (rojo).

Se comprueba que existen al menos cuatro tipos distintos de comportamientos de la intensidad del armónico con respecto al ángulo: isótropo, asimétrico, claramente más intenso por un lado y doble lóbulo o forma de "M". Estos se pueden ver en la figura 28 donde se representa un armónico de cada comportamiento.

Se verifica que la intensidad del armónico depende del ángulo con el que se tome la medida y también del propio armónico en cuestión. Al igual que el estudio de la intensidad con la distancia, con estos resultados no se puede concluir ninguna expresión matemática del comportamiento que se observa. Dedicando más tiempo y quizás con un dispositivo experimental más sofisticado se pueda llegar a alguna conclusión más avanzada.

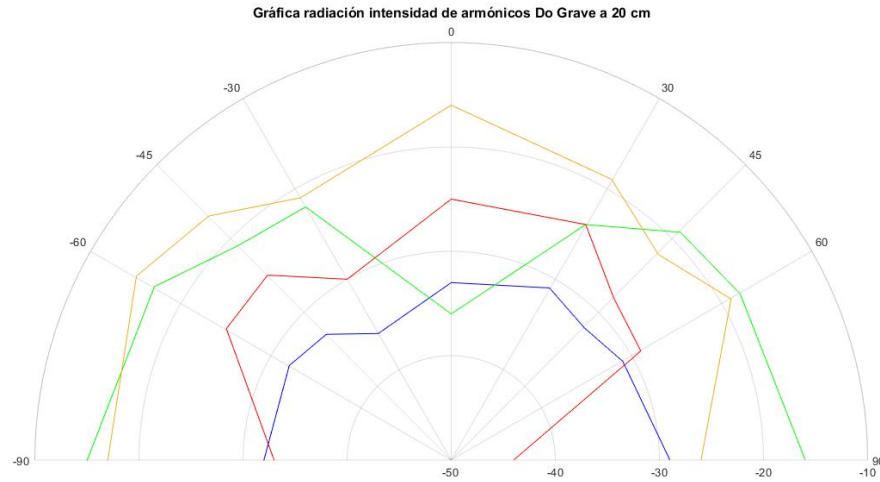


Figura 28: Gráfica de los patrones de radiación para los armónicos mostrados en la tabla 8. Se ha representado un armónico de cada uno de los comportamientos, siguiendo el mismo esquema de colores. Isométrico en azul, asimétrico en rojo, forma de 'M' en verde y más intenso por un lado en amarillo. El eje radial muestra las intensidades con respecto al nivel de saturación en dB.

Aunque estos resultados no son concluyentes encajan con diversas investigaciones que se han realizado para estudiar este tipo de comportamientos. En un artículo publicado por R. Caussé y C. Lheureux [17], se muestran gráficas como en la figura 29.

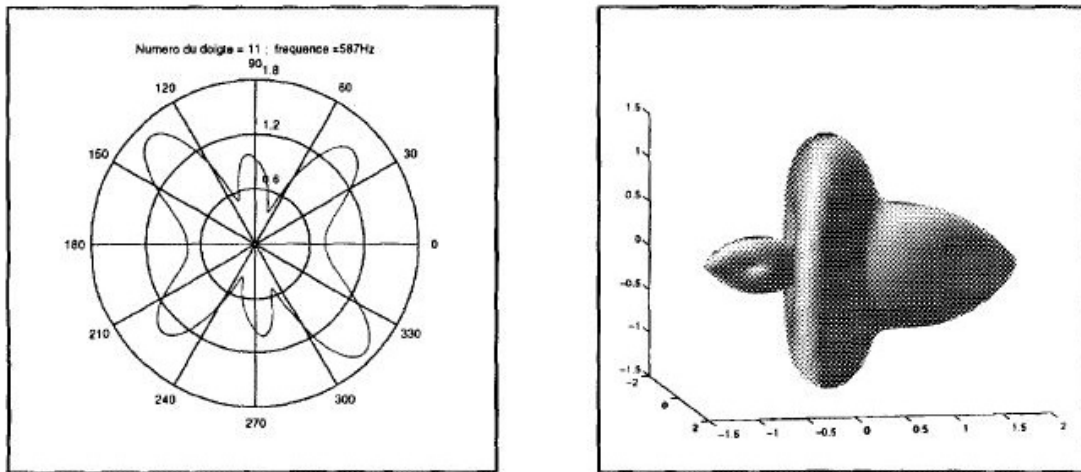


Figura 29: A la izquierda, un esquema de radiación en 2D para el cuarto armónico de la nota D_3 ($f_0 = 146,8$ Hz) de un fagot. A la derecha, un esquema de radiación 3D para el sexto armónico de la nota G_3 ($f_0 = 196$ Hz) de un saxofón alto [17].

Actualmente se siguen haciendo estudios de este estilo, con un montaje experimental más sofisticado. Este es el caso del trabajo publicado N. R. Shabtai et al. [18]. Consiste en una cámara anecoica la cual contiene una estructura en forma de poliedro que solamente se une por las

aristas. En los vértices de este poliedro se colocan 32 micrófonos de manera que la distribución de los mismos sea esférica con respecto al foco que estará en el centro de la estructura. Es aquí donde el músico toca la nota que se graba en los 32 micrófonos. En la figura 30 se muestra el dispositivo experimental.



Figura 30: Dispositivo experimental utilizado en el trabajo aportado por N. R. Shabtai et al. [18].

6. Conclusiones

Se ha estudiado el fenómeno de las notas forzadas en un saxofón tenor. Este consiste en la producción de distintas notas musicales para una misma longitud del tubo efectiva del instrumento. Se ha comprobado, a la vista de los resultados de las frecuencias de los armónicos, que el saxofón se trata de un instrumento de viento tipo tubo cónico cerrado.

Se ha confirmado la hipótesis inicial de que este fenómeno se debe a la forma en la que el músico coloca la garganta cuando genera las notas forzadas. Esto se ha realizado comparando el espectro de frecuencia en condiciones de notas naturales y forzadas, además de comparar con grabaciones de la voz. Los armónicos de las notas forzadas son frecuencias pertenecientes a la nota natural para la longitud de tubo dada. Hay armónicos con frecuencia de ciertos múltiplos de la frecuencia fundamental del tubo que son amplificados. En cambio, otros armónicos posibles para la configuración del tubo no son amplificados porque no son generados por la posición de la garganta.

Las medidas tomadas a la nota forzada en el saxofón y a la voz con la posición relativa a dicha nota muestran una similitud muy clara entre los armónicos. Por otro lado, se ha visto que en el caso de que el músico no coloque la garganta de manera correcta, se pueden generar espectros de frecuencias que contienen más armónicos de la nota natural del tubo.

Se ha desarrollado un programa en MatLab para realizar el análisis de los resultados. Se ha creado explícitamente para obtener de manera automática el espectro de frecuencias de una grabación, su frecuencia fundamental y una tabla con los armónicos pertenecientes a la nota en cuestión. Para la obtención de la frecuencia fundamental se probaron cuatro métodos distintos. Un método basado en la comprobación de los dos picos más intensos del espectro. Un segundo método basado en realizar barridos para todos los picos comprobándolo con posibles frecuencias fundamentales. Otro método que utiliza la diferencia de frecuencias para la obtención de la frecuencia fundamental y un último método que comprueba la relación entre los tres primeros picos.

Aprovechando el dispositivo experimental se han estudiado de otros efectos relacionados con la física del saxofón. El primero es el estudio de la disminución de la intensidad con la frecuencia. Los otros dos estudios son el comportamiento de la intensidad de los armónicos a distancias cercanas y al ángulo con respecto al micrófono. Se comprueba que la intensidad con respecto a la frecuencia del armónico sigue la ley de potencias. Con los resultados se obtiene la frecuencia de corte $\omega_c = 4000$ Hz para el saxofón tenor. En cuanto al estudio de la intensidad de los primeros armónicos, se observa que, puede haber interferencia entre armónicos debido al fenómeno del eco. Se ha observado que la radiación del sonido no siempre se comporta de forma isótropa y que la dependencia angular depende del armónico.

Con el uso de un móvil y el programa desarrollado en MatLab, se han podido estudiar numerosos aspectos de la compleja física de este instrumento musical, que podrían extenderse a otros instrumentos.

Referencias

- [1] LOBODA, Emily J. *An Analysis of Overtone Production Techniques in Saxophone Teaching Methods*. Tesis Doctoral. University of North Carolina at Greensboro. 2018.
- [2] GRIGIONI, Liliana; JARDÓN, Alberto; VETTOTEL Silvia. *Fenómenos de ondas 5º Año*. Departamento de física Instituto Tecnológico. Universidad Nacional del Rosario. 2014.
- [3] CHEN, Jer-Ming; SMITH, John; WOLFE, Joe. *Saxophone acoustics: an introduction* [en línea]. The University New South Wales. 2007-2011 [Última consulta 4 junio 2021]. Disponible en: <https://newt.phys.unsw.edu.au/jw/saxacoustics.html>
- [4] RUIZ, Michael J. *Hearing the transformation of conical to closed-pipe resonances*. Physics Education, 2017, vol. 52, no 3, p. 035012.
- [5] BONGIORNO, Frank. *Altissimo Development, Part 1: The Overtone Series* [en línea]. University of North Carolina Wilmington. 2009 [Última consulta: 4 junio 2021]. Disponible en: <https://uncw.edu/music/faculty/bongiornof/documents/altissimodevelopmentpt12.pdf>
- [6] CHEN, Jer-Ming; SMITH, John; WOLFE, Joe. *Saxophones and the vocal tract: the acoustics of saxophone players* [en línea]. The University New South Wales. 2007-2011 [Última consulta 4 junio 2021]. Disponible en: <https://newt.phys.unsw.edu.au/jw/SaxTract.html>
- [7] *Spectrum Analyzer* [en línea]. Google Play Store. Actualizado 25 de junio de 2014 [Consulta: Febrero 2021]. Disponible en: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.raspw.SpectrumAnalyze&hl=es&gl=US>
- [8] *Fast Fourier Transform* [en línea]. The MathWorks, Inc. 1994-2021 [Última consulta: 8 junio 2021]. Disponible en: <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/fft.html#buuuty-11>
- [9] *Representar el espectro frecuencial de un archivo audio con MATLAB* [en línea]. Rubén Sánchez. [Consulta: Febrero 2021]. Disponible en: <http://rubensm.com/representar-el-espectro-frecuencial-de-un-archivo-audio-con-matlab/>
- [10] *Practical Introduction to Frequency-Domain Analysis* [en línea]. The MathWorks, Inc. 1994-2021 [Consulta: marzo 2021]. Disponible en: <https://www.mathworks.com/help/signal/ug/practical-introduction-to-frequency-domain-analysis.html>
- [11] *FindPeaks* [en línea]. The MathWorks, Inc. 1994-2021 [Última consulta: 10 junio 2021]. Disponible en: <https://www.mathworks.com/help/signal/ref/findpeaks.html#bufbbs1-2>
- [12] *Prominence* [en línea]. The MathWorks, Inc. 1994-2021 [Última consulta: 8 junio 2021]. Disponible en: <https://www.mathworks.com/help/signal/ug/prominence.html>
- [13] *Piano frequency table.pl* [en línea]. Wayback Machine Internet Archive. 2007-2013 [Última consulta: 30 mayo 2021]. Disponible en: https://web.archive.org/web/20070927011605/http://wiki.highinbcgallery.com/index.php/Almost_a_shape/technology/Piano_frequencies/Piano_frequency_table.pl

- [14] *Sound Meter (Noise & Decibel)* [en línea]. Chrome web store. Actualizado 15 de junio de 2021 [Consulta: 18 abril 2021]. Disponible en: [https://chrome.google.com/webstore/detail/sound-meter-noise-decibel/fhamlklpnhdfepaipljcngncafnlbfa\#:~:text=Sound%20Meter%20\(Noise%20%26%20Decibel\)%20extension%20enables%20you%20to%20measure,noise%20with%20your%20computer's%20microphone.&text=It%20uses%20the%20microphone%20in,before%20using%20the%20add%20Don.](https://chrome.google.com/webstore/detail/sound-meter-noise-decibel/fhamlklpnhdfepaipljcngncafnlbfa\#:~:text=Sound%20Meter%20(Noise%20%26%20Decibel)%20extension%20enables%20you%20to%20measure,noise%20with%20your%20computer's%20microphone.&text=It%20uses%20the%20microphone%20in,before%20using%20the%20add%20Don.)
- [15] FLETCHER, Neville H.; ROSSING, Thomas D. *The physics of musical instruments, Second Edition*. Springer Science & Business Media, 1998. p. 484-497.
- [16] PETERSEN, Erik, et al. *On the tonehole lattice cutoff frequency of conical resonators: applications to the saxophone*. Acta Acustica, 2020, vol. 4, no 4, p. 13.
- [17] CAUSSÉ, R.; LHEUREUX, C. *Modeling in 3D of directional radiation of curved woodwind instruments*. Institut de Recherche et de Coordination Acoustique/Musique, 1998. Paris, Francia.
- [18] SHABTAI, Noam R., et al. *Generation and analysis of an acoustic radiation pattern database for forty-one musical instruments*. The Journal of the Acoustical Society of America, 2017, vol. 141, no 2, p. 1246-1256.

A. Código programa MatLab

```

1 Archivo = 'FaGrave';
2 %Método para obtener el espectro de frecuencias de un archivo de
  audio.
3
4 %Lee el archivo .wav y te proporciona los datos (variable audio) y
  la frecuencia de muestreo del mismo (Fs).
5 [audio, Fs] = audioread([Archivo '.wav']);
6 %Devuelve la longitud del array o la longitud de la dimensión más
  grande la matriz.
7 L = length(audio);
8 %La función transformada rápida de Fourier (fft) funciona mejor con
  un numero de muestras que sea potencia de 2.
9 NFFT = 2^nextpow2(L);
10 %Transformada de Fourier normalizada a L.
11 Y = fft(audio, NFFT)/L;
12 %Valores que nos interesan de la transformada de Fourier en dB. El
  2*abs() es para mostrar solo la magnitud y no la parte imaginaria
  . 20*log10() es para expresar los datos en dB.
13 Ydb = 20*log10(2*abs(Y(1:NFFT/2+1)));
14 %Frecuencia a utilizar posteriormente en el eje x. Dada las
  características de la fft, solo nos interesa la mitad positiva de
  los resultados.

```

```

15 f = Fs/2*linspace(0,1,NFFT/2+1);
16 plot(f, Ydb), xlabel('Frecuencia / Hz'), ylabel('Intensidad / dB');
17 xlim();
18 ylim([-120 0]);
19 title(['Espectro de frecuencias ' Archivo]);
20 %Guarda la gráfica en un archivo revisable.
21 savefig([Archivo '.fig'])
22
23
24 %ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LOS ARMÓNICOS OBTENIDOS.
25 %Primeramente se realizará la estimación de la frecuencia
    fundamental mediante 4 métodos distintos:
26 %
27 % 1. Estudio de los dos picos más intensos.
28 % 2. Barrido para cada pico.
29 % 3. Moda de diferencia frecuencias en picos
30 % consecutivos.
31 % 4. Relación entre los primeros 2 o 3 picos.
32 %
33 %Estos métodos se realizan bajo la condición de que el filtro que
    toma los picos iniciales (picos del audio que se obtengan, que
    serán picos de armónicos y picos de ruido) tienen un mínimo de
    prominencia de 31.
34 %
35 %Una vez se obtenga la frecuencia fundamental, se procederá a
    obtener los armónicos a partir de dicha frecuencia, utilizando
    los picos iniciales obtenidos pero con mínimo de prominencia 25.
36
37 [pks,locs] = findpeaks(Ydb, 'MinPeakDistance', 50, 'MinPeakHeight',
    -75, 'MinPeakProminence', 31);
38
39 %Muestra el núm. del pico, su frecuencia (Hz) y su intensidad (dB).
40 Prominencia31 = [1:length(locs);f(locs);pks];
41 %Para mostrar los resultados mejor estéticamente (En columnas).
42 Prominencia31 = Prominencia31';
43
44
45 %El problema que se resuelve a continuación es la obtención de la
    frecuencia fundamental para posteriormente hacer un ajuste de los
    picos relacionado con los armónicos de la misma.
46
47 %-----
48 %Método 1 de obtención de fundamental: estudiar los dos picos más
    intensos.
49

```

```

50 % Ordena descendientemente en la variable Sorted los valores de las
    intensidades y en variable I guarda los índices de los picos
    correspondientes.
51 [Sorted, I] = sort(Prominencia31(:,3), 'descend');
52 % Muestra los resultados de la variable Prominencia31 pero en orden
    descendente.
53 ResultadosOrdenMax = Prominencia31(I,:);
54 % Obtiene las frecuencias de los dos picos máximos.
55 FPicosMax = ResultadosOrdenMax(1:2,2);
56 % Menor frecuencia de los dos picos máximos.
57 F1 = min(FPicosMax);
58 % Mayor frecuencia de los dos picos máximos.
59 F2 = max(FPicosMax);
60 % Cociente de los dos anteriores. Si se trata de un número
    aproximadamente entero se puede estar seguro de que F1 es la
    fundamental.
61 r = F2/F1;
62 f0method1 = F1;
63
64 % -----
65 % Método 2 de obtención de fundamental: hacer barridos con
    frecuencia arbitraria.
66
67 % Variable para el bucle "for" que sirve para almacenar la
    frecuencia con el mayor número de picos buenos
68 f0estimada = 0;
69 % Variable para el bucle for que sirve para almacenar el el número
    de picos de la f0estimada.
70 f0estimadamaxpicos = 0;
71 for i = 1:10
72     f0_i = Prominencia31(i,2);
73     % Array que contendrá los valores de las frecuencias que cumplen
        la condición  $n*f0$ .
74     goodpeaks = 0;
75     x=0;
76     for j = 1:length(Prominencia31)
77         fvalue = Prominencia31(j,2);
78         n = round(fvalue/f0_i);
79         if abs(fvalue - f0_i*n) < 0.01*fvalue
80             x=x+1;
81             goodpeaks(x) = fvalue;
82         end
83     end
84 % Número de picos de esta f0_i es mayor que otro numero de picos
    para otra f0
85 if length(goodpeaks) > f0estimadamaxpicos

```

```

86         f0estimadamaxpicos = length(goodpeaks);
87         f0estimada = f0_i;
88     end
89 end
90
91
92 % Teniendo ya la estimación de la frecuencia fundamental f0, ahora
    se realiza un ajuste para obtener el valor definitivo de de f0.
93 f_j = 0;
94 x = 0;
95 for k = 1:length(Prominencia31)
96     fvalue = Prominencia31(k,2);
97     n = round(fvalue/f0estimada);
98     %Esta condición existe debido a que "n" es un valor redondeado y
        puede llegar a dar 0.
99     if n > 0
100         x = x+1;
101         f_j(x) = fvalue/n;
102     end
103 end
104
105 f0method2 = sum(f_j)/length(f_j);
106
107
108 % -----
109 %Método 3 de obtención de fundamental: Moda de la diferencia de
    frecuencias consecutivas.
110
111 FrecDif = 0;
112
113 for z = 1:length(locs)-1
114     d=z+1;
115     FrecDif(z)= f(locs(d))-f(locs(z));
116 end
117
118 ModaHalfFrecDif = mode(round(FrecDif/2));
119 Estf0M3 = 0;
120 x = 0;
121 for z = 1:length(FrecDif)
122     if abs(FrecDif(z)-2*ModaHalfFrecDif) <= 1
123         x = x+1;
124         Estf0M3(x) = FrecDif(z);
125     end
126 end
127 f0method3 = mean(Estf0M3);
128

```

```

129 %-----
130 %Método 4 de obtención de fundamental: Razón entre los primeros 2 o
      3 picos.
131
132 R1 = f(locs(2))/f(locs(1));
133 R2 = f(locs(3))/f(locs(2));
134 R3 = f(locs(3))/f(locs(1));
135
136 % Esto es: si el resto da menor o igual que 0.1
137 if mod(R1,1) <= 0.1
138     f0method4 = f(locs(1));
139 elseif mod(R2,1) <= 0.1
140     f0method4 = f(locs(2));
141 elseif mod(R3,1) <= 0.1
142     f0method4 = f(locs(1));
143 else
144     f0method4 = 0;
145 end
146
147
148 %-----
149 % Obtención de las frecuencias de los armónicos a partir de la
      frecuencia fundamental previamente estimada y utilizando una
      menor restricción de picos iniciales (prominencia 25).
150
151 % La variable RESULTADOS muestra los picos de la fundamental y sus
      armónicos. En la primera columna muestra el número del armónico,
      la segunda columna la frecuencia del armónico y en la tercera
      columna la intensidad dB.
152
153 [picos, posiciones] = findpeaks(Ydb, 'MinPeakDistance', 50, '
      MinPeakHeight', -75, 'MinPeakProminence', 25);
154
155 % Muestra el n° del pico, su frecuencia (Hz) y su intensidad (dB).
156 Prominencia25 = [1:length(posiciones);f(posiciones);picos];
157 % Para mostrar los resultados mejor estéticamente (En columnas).
158 Prominencia25 = Prominencia25';
159
160 % Cambiar esta variable en caso de que método 3 no funcione.
161 Metodo = f0method3;
162 DatosArmonicos = 0;
163 y = 0;
164 for p = 1:length(Prominencia25)
165     if abs(round(Prominencia25(p,2)/Metodo)*Metodo-Prominencia25(p
      ,2)) < 0.01*Prominencia25(p,2)

```

```

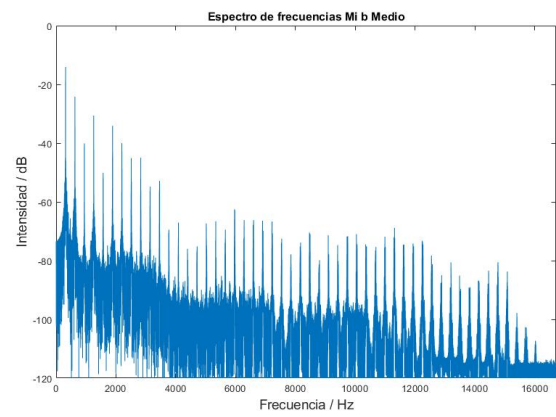
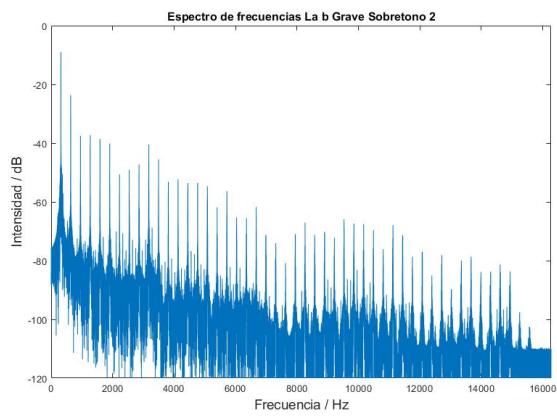
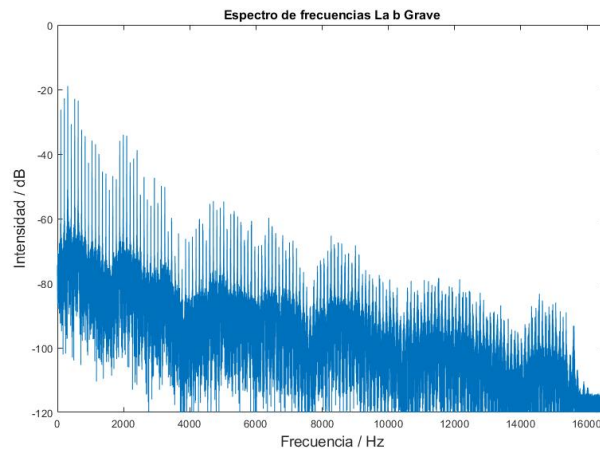
166     y = y+1;
167     DatosArmonicos(y,1) = y;
168     DatosArmonicos(y,2) = Prominencia25(p,2);
169     DatosArmonicos(y,3) = Prominencia25(p,3);
170     end
171 end
172
173 %Para limpiar posibles picos falsos que todavía queden (en este
    caso picos muy próximos que pertenecen al mismo armónico).
174
175 RESULTADOS = [1,DatosArmonicos(1,2),DatosArmonicos(1,3)];
176 y = 1;
177 for p = 2:length(DatosArmonicos)
178     z = p-1;
179     if abs(DatosArmonicos(p,2)-DatosArmonicos(z,2)) < 30
180         if DatosArmonicos(p,3) > RESULTADOS(y,3)
181             RESULTADOS(y,1) = y;
182             RESULTADOS(y,2) = DatosArmonicos(p,2);
183             RESULTADOS(y,3) = DatosArmonicos(p,3);
184         end
185     else
186         y = y+1;
187         RESULTADOS(y,1) = y;
188         RESULTADOS(y,2) = DatosArmonicos(p,2);
189         RESULTADOS(y,3) = DatosArmonicos(p,3);
190     end
191 end

```

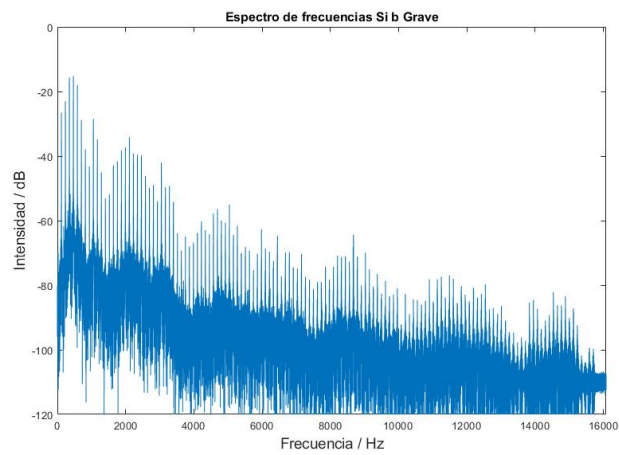
B. Ejemplos de espectros de notas forzadas

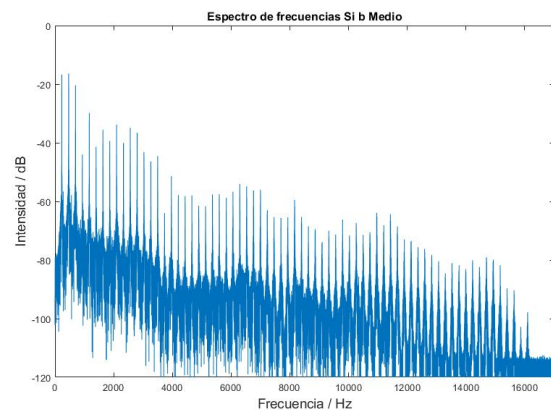
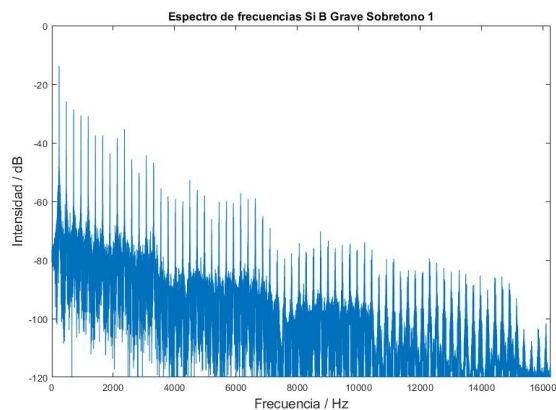
Se muestran algunos espectros obtenidos durante la realización del experimento. Estos corresponden a las medidas que buscan comparar notas forzadas con las notas naturales. Estas últimas ya sean notas equivalentes a las notas forzadas o las pertenecientes a la longitud del tubo. Las imágenes en el centro corresponden a notas naturales de la longitud del tubo para la que se analizan los sobretonos. Las imágenes a la izquierda corresponden a los sobretonos y los espectros de la derecha son las notas naturales equivalentes a estos sobretonos.

Para el conjunto de notas relacionado con 'La b Grave':



Para el conjunto de notas relacionado con 'Si b Grave':





C. Espectros de medidas realizadas con saxofón y la voz

Comparativa de espectros de frecuencia para la nota natural y los sobretonos restantes estudiados para 'La b Grave'. Se omite el caso del sobretono 1 puesto que ya esta contenido en la sección 4.3.2.

